

МЕСТО ТЕОРЕТИКО-ИГРОВОЙ СЕМАНТИКИ В СОВРЕМЕННОЙ ЛОГИКЕ. ИГРЫ НА ПРОВЕРКУ ИСТИННОСТИ

Предпосылки к изменению языка логики

Язык логики, сформировавшийся в эпоху Аристотеля, исправно служит уже на протяжении более чем двух тысячелетий. До середины XX в. выразительные средства языка логики развивались в основном в его синтаксисе. В этом плане наиболее интересной и богатой системой стал язык исчисления предикатов. Исчисление предикатов имеет несколько представлений, но такое многообразие опять же в большей степени связано именно с синтаксисом языка: для представления гильбертовского типа характерно разнообразие аксиом и наличие лишь одного правила вывода — *Modus Ponens*, для генценовского типа характерно, наоборот, наличие одной или двух аксиом и большого числа правил вывода. Другими формами представления исчисления предикатов являются секвенции и таблицы, уделяющее чуть большее внимание семантической стороне. Обязательное условие для всех логических систем — их непротиворечивость, т. е. невозможность получения в процессе вывода ложных суждений из истинных. Желательные условия — это полнота логических систем и разрешимость. Первое условие выполняется, когда каждое истинное суждение следует из аксиом по правилам вывода, второе — когда для каждого правильно построенного суждения существует процедура, позволяющая определить, истинно оно или нет. Однако последние два условия находятся в оппозиции к третьему, желательному условию, касающемуся выразительной силы языка формальной системы. Взаимоотношение выразительной силы языка с его разрешимостью и полнотой является решающим при выборе направления развития логических систем. Вполне естественно желание увеличить выразительную силу языка, сохранив его разрешимость и полноту. Выразительная сила языка современной интенциональной логики выше языка логики первого порядка, хотя выразительная сила последней и считается довольно высокой. При этом относительно исчисления предикатов язык интенциональ-

ной логики, обладая сравнимой выразительной силой, проявляет лучшие свойства относительно полноты и разрешимости. Но в большинстве случаев речь идет не о «практической разрешимости» для обобщенных задач, а об NP разрешимости, которая на деле может быть реализована в процедурах, занимающих по времени миллиарды лет. Поэтому мотивацию использования языка интенциональной логики можно дополнить тем, что ее язык, расширенный до теоретико-игровой семантики, лучше соответствует современному представлению о характере возникновения, эволюции и обоснования знаний. Это представление сформировалось в первую очередь благодаря началу информационной эпохи, с ее развитием средств доставки информации и открытостью общества.

До информационной эпохи знания считались чем-то более фундаментальным, общепризнанным и устойчивым, чем сейчас. Научная картина мира, а вместе с ней и мировоззрение не столь часто менялись, как в последние полтора-два века. Законы в большинстве стран ориентировались на порядки и традиции одной обособленной этнической группы. При этом большинство людей не имело возможности узнать о том, по каким законам живут другие. Открытие чего-то нового могло приводить к революциям, и не только научным. Однако новые принципы вытесняли все, что могло бы им противоречить. В результате логика была направлена на поддержку рассуждений относительно уникального единого свода законов, порядков и правил. Современная открытость общества, связанная, в том числе и с общедоступностью и скоростью доставки информации, привела к тому, что от логики потребовались поддержка плюрализма идей и изменение убеждений.

Не в последнюю очередь предпосылками к изменению языка логики являются наблюдаемые сейчас увеличение скорости накопления знания сравнительно со скоростью его осмысления, а также большая доступность и относительно равная обоснованность многополярных точек зрения (снятие узости горизонта). Для логики, решающей вопросы согласованности, последовательности и непротиворечивости знания, происходящие изменения существенны. Аппарат классической логики, приспособленный для проверки согласованности суждений относительно единой и всеобщей концепции, не обладает достаточной гибкостью для учета многообразных источников, способных воздействовать на истинность и взаимосвязанность суждений, в том числе он не приспособлен для учета челове-

ческого фактора. Кроме того, потребности в изменении логического аппарата возникли вследствие развития кибернетики. Статическая парадигма семантики классической логики слишком тяжеловесна для верификации процессов и программ.

Уже более века происходят ускоренный рост и заметное развитие научного знания, причем прирост информации осуществляется гораздо быстрее, чем ее осмысление. Это касается и колоссального прироста данных, ожидающих своей обработки, какой мы наблюдаем, например, в астрономии, получающей огромные массивы наблюдений с орбитальных телескопов, и роста количества теоретических построений, например, в рамках теории мембранных вычислений, где разработан уникальный формальный язык параллельных вычислений, но так и не найдено аргументов в пользу его практической реализуемости. Теперь один человек не в состоянии охватить весь комплекс наук, как бывало в предшествующие эпохи. Отчасти из-за этого большую часть XX столетия науки, а иногда даже различные направления одной науки во многом развивались не просто независимо, но и в значительной степени разобщенно. Прежде всего это касается наук, занимающихся разработкой и изучением формальных систем. Кроме того, такая разобщенность могла стать результатом желания продвинуться в своих исследованиях в кратчайшие сроки как можно дальше. На начальных этапах развития научного направления обычно гораздо проще и эффективнее получать результаты, не выходя за рамки предмета и методов данного направления. Вместе с тем наряду с разобщенностью научных систем в них есть и общие моменты. Развитие многих научных направлений продиктовано необходимостью решения каких-то конкретных задач. Часто за решение одних и тех же задач берутся представители различных наук. В результате такого экстенсивного развития научного знания появилось множество формальных систем, имеющих очень много точек соприкосновения и общих моментов.

До недавнего времени не ставилось отдельной задачи понять взаимную ценность различных методов или систем. Однако задача сопоставления различных формальных систем имеет значительную ценность, особенно для математических областей. Как оказалось, было создано множество вариантов равнозначных систем. Например, языки абстрактной алгебры и символической логики были разработаны независимо друг от друга, при этом они во многом повторяли результаты друг друга. В этом, конечно, нет ничего плохого.

Ведь в конечном счете выразительная сила языков различных формальных систем может быть несравнимой, хотя ряд задач, методов и построений могут быть прямо перенесены из одной системы в другую (с учетом соответствующих, зачастую простых, преобразований). Это позволит обойтись без построения доказательств, которые могли бы быть воспроизведены по аналогии с теми, которые уже существуют в других формальных системах.

Исследованию совместимости методов и результатов различных научных систем способствует и их интеграция в рамках решения общих задач. Среди таких задач можно выделить направление, получившее название «искусственный интеллект», скорее коммерческое, чем научное, которое возникло на пересечении информатики, математики, биологии, психологии, логики, медицины, лингвистики, экономики и многих других наук. Одной из сторон интеграции этих наук явилось их взаимное влияние на расширение своих границ и методов. Это коснулось и логики, не только интенсивно развивающейся, но и трансформирующей структуру своего языка. В результате важной задачей стал пересмотр задач и методов логики, переопределение структуры ее языка для идентификации новых исследований как исследований в рамках данной науки. Поэтому важной задачей, к которой теперь обратились многие, в том числе и ведущие логики, является обзор границ этой науки, поиск новых направлений ее развития и попытка понять, какие системы следует считать подобными.

Прослеживая филогенез любого научного знания, полезно выйти за его пределы, для того чтобы выявить основания становления и увидеть перспективы их развития. Кроме того, выйти на границы логики, взглянув в некотором смысле на нее со стороны, можно обратившись к результатам, полученным в рамках металогики (развиваемой также под названием «универсальная логика»). Что касается логики и металогики, то в их неформализованной, даже еще донаучной стадии можно найти множество элементов, которые уже получили или еще получают свое научное воплощение. Также вполне правомочно предполагать, что в этом донаучном знании содержатся и те элементы, на которые мы сейчас не обращаем внимания, но которые найдут свое выражение в будущем, пока оставаясь нераскрытыми. Донаучные корни могут быть очень глубокими и содержательными. Несмотря на то, что эта содержательность труднодоступна, она может приносить по-настоящему революцион-

ные результаты. В наше время благодаря изобилию научных систем возможно формирование новых научных направлений на основании уже существующих с использованием их аппарата или методов. Однако часто в таких случаях результаты автоматически переносятся из одной науки в другую, что дает минимум новшеств. Ранее новые научные направления, в частности логика, зарождались из повседневной практики, получая в ней первоначальное оформление. При этом определялись и сами критерии научности, которые представляют уже следующий уровень абстракции и выявляются на основании критического анализа практик «родственных» научных систем: гуманитарных, точных, естественных наук и т. п. В этом смысле корни логики и металогики, уходя в далекое прошлое, позволят как проследить основные этапы развития этих наук, так и увидеть, что уже больше ста лет логика подвергается революционным изменениям.

Развитие структуры языка логики

Корни логики и металогики отчетливо видны еще у древнегреческих софистов, превративших искусство убеждения в ремесло. В искусстве убеждения, с современной точки зрения, можно выделить три основные составляющие: во-первых, это представление о мире, лежащее в основании спора; во-вторых, язык, позволяющий выражать эти представления и манипулировать ими, и, в-третьих, участники спора, от решений и действий которых зависит то, как и чьи представления изменятся в ходе спора. Эти три составляющие относятся к семантике, синтаксису и прагматике, образующим структуру языка металогики. В отличие от металогики прагматика отсутствует в структуре языка современной логики. Вместо этого элементы, характерные прагматике металогики, постепенно внедряются в логический синтаксис и семантику. Изначально же язык логики касался только синтаксической составляющей: формулировались различные законы и правила, позволяющие оперировать текстом. Представлялось, что логика «обслуживает» единственно верное представление о мире, выражает единую для всех общую и неизменную истину. По-видимому, это было связано с тем, что логика была призвана подкреплять понятие «справедливости», рассматривавшейся как нечто единое и всеобщее. Такая позиция

логики, отражающей единую модель мира, была выгодна власти с ярко выраженным центром, будь то полис, диктатор, цезарь, монарх или церковь.

Однако в ходе дальнейшего исторического развития человечества получил господство плюрализм; кроме того, благодаря секуляризации отношение к истине как предмету божественному и всеобщему сменилось более «приземленным» отношением. В отличие же от идеального мира реальный мир подвержен постоянным изменениям. Смена концепций, законов и даже обычное изменение ситуаций должны были найти свое отражение и в логике. Два пути развития логики отразили этот процесс. Первый путь состоял в пересмотре логических законов. Началось все с закона исключенного третьего, «отмененного» в интуиционистской логике. Затем перешли к закону непротиворечия, убранному в линейной логике. Под конец досталось и закону достаточного основания (в вероятностной логике). Однако дальше двигаться по этому пути вроде бы некуда. Второй путь состоял в расширении существующей семантики. К формализации семантики приступили лишь в конце XIX в. начиная с работ Г. Фреге. В результате стали различать смысл и значение, появилась семантика возможных миров.

Говоря о прагматике, можно сказать, что на данном этапе она стала внедряться в современную логику вместе с теоретико-игровой семантикой, не выделяясь в отличие от языка металогики в виде отдельной структуры. Произошло это внедрение сразу с двух сторон. С дидактической стороны теоретико-игровая семантика стала основой для создания менее академичного и более интересного для широких кругов способа изложения различных тем учебного курса логики в форме логических игр. Строгое определение логические игры стали получать с 50-х годов XX в. начиная с пионерских работ Поля Лоренцсена. К настоящему времени придумано несколько классов логических игр: игры на аргументацию, на построение моделей, на доказательство эквивалентности моделей и некоторые другие. С научной, формально-логической стороны теоретико-игровая семантика позволила включать «участников спора (конфликта)» — или, говоря на ее языке, агентов или игроков — в сами логические модели. Иногда термины «агент» и «игрок» используются как синонимы, а иногда под агентами понимают тех, кто должен действовать только в соответствии с заранее намеченным оптимальным планом, а под игроками — тех, кто может вы-

брать нестандартный, рискованный ход. Помимо этих терминов в рамках логической семантики получили формализацию и другие: «стратегия», «результат игры», «начальное, промежуточное и финальное состояние», «неопределенность», «игра с несовершенной информацией», «игра с неполной информацией» и т. д. В результате теоретико-игровая семантика стала расширением логической семантики в рамках логики игр.

Если в первом случае утверждается, что теоретико-игровая семантика используется для оперирования логическими структурами, то во втором можно сказать, что логика используется для оперирования теоретико-игровыми структурами.

Представление игры в теории игр

В обычном представлении *игра* определяется описанием начального состояния игрового поля и набором правил, регулирующих действия игроков (их состав, цели и информированность, а также условия выигрыша, которые могут связываться с описанием финальных состояний игрового поля). В определенном смысле можно сказать, что в этом случае игра представлена в свернутом виде, который не позволяет сразу (или почти сразу) определить, в каком положении будет находиться игра после выполнения игроками заданной последовательности действий. В этом же смысле, в рамках теории игр, игра представляется в развернутом виде, построение которого требует некоторых, в общем случае значительных, вычислительных ресурсов. Кроме того, в рамках теоретико-игровой модели могут симулироваться тип поведения и способ рассуждения игроков. Для представления игр используются три формы: стратегическая, развернутая (экстенсивная) и характеристическая (используется для коалиционных игр).

Стратегическая форма может быть представлена в табличном виде, напоминая таблицу умножения: в ней верхняя строка и левый столбец определяют значение полей таблицы. Каждая из ячеек левого столбца (кроме самой верхней) содержит одну из последовательностей действий первого игрока, которая встречается в цепочке действий, соединяющих начальное состояние игры с одним из финальных, и которая может, в принципе, встретиться в данной игре. Каждая из ячеек верхней строки (кроме самой левой) содержит одну из последовательностей действий второго игрока, которая

встречается в цепочке действий, соединяющих начальное состояние игры с одним из финальных, и которая может, в принципе, встретиться в данной игре. Каждая из таких цепочек называется *чистой стратегией* (или просто *стратегией*) данного игрока.

На пересечении чистых стратегий первого и второго игрока находятся ячейки, в которых указывается результат игры для каждого из двух игроков при условии выбора ими этих действий. Результат, с которым игра закончится для первого игрока, записывается в левом нижнем углу, для второго — в правом верхнем. Стратегическая форма, в ее обычном виде, адекватна для представления игр, в которых игроки действуют независимо от решений друг друга или же принимают решения одновременно, или же должны сразу же, еще до начала игры, зафиксировать и выбрать последовательность своих действий. Отсюда видно, что игроки должны определиться с моделью своего поведения, не ориентируясь на поведение соперника, поэтому, чтобы найти и выбрать оптимальную стратегию, требуются специальные приемы. Для выявления рекомендаций по выбору стратегии определяется, в частности, максимин, доминирование, равновесие Нэша и Парето-оптимум данной игры. Рассмотрим пример представления игры в стратегической форме.

Пример 1. «Дилемма заключенного»

Два человека задержаны по подозрению в совершении преступления. Их изолируют друг от друга и каждому предлагают совершить сделку со следствием, «настучав» на другого. Если один из них «настучит», а другой промолчит, то первый проведет в заключении год, а другой — десять. Если оба промолчат, то оба потеряют по 3 года, а если оба «настучат», то — по 7 лет.

Таблица 1. Стратегическая форма игры «Дилемма заключенного»

Клайд	Стучать	Молчать
Бонни		
Стучать	-7	-10
Молчать	-7	-1
Клайд	Стучать	Молчать
Стучать	-1	-3
Молчать	-10	-3

Пример 2. «Битва полов»

Адам и Ева не пришли к компромиссу в споре о том, куда пойти этим вечером: в кино или на футбол. Теперь, разъехавшись по своим делам, они должны независимо друг от друга решить, куда же пойти. Они настолько предпочитают отдых в компании друг друга, что считают отдых порознь потерянным временем. В целом же предпочтения описываются следующей таблицей.

Таблица 2. Стратегическая форма игры «Битва полов»

Ева \ Адам	Кино	Футбол
Кино	3	0
Футбол	0	1
Адам \ Ева	Кино	Футбол
2	0	
0	4	

Пример 3. «Голуби и ястребы»

Типичный пример для ситуации, когда можно действовать агрессивно или не агрессивно.

Таблица 3. Стратегическая форма игры «Голуби и ястребы»

Сара \ Боб	Свернуть	Не свернуть
Свернуть	-7	-10
Не свернуть	-1	-3
Боб \ Сара	Свернуть	Не свернуть
-7	-1	
-10	-3	

Максимин является одним из простейших оснований принятия решения. Для определения, какая из чистых стратегий игрока соответствует максимуму, он должен найти худший результат для каждой из чистых стратегий, и среди них лучшие результаты укажут на стратегии, соответствующие максимуму.

Существуют и усложненные варианты стратегической формы, с адаптивными стратегиями, осуществляющими вероятностный вы-

бор из ряда возможных цепочек действий. Их применение оправдано и в некоторых случаях работает более эффективно, чем равновесие Нэша и Парето-оптимум, если используется для выбора стратегии в циклах игр, когда одна и та же игра повторяется много раз подряд одними и теми же игроками.

Игры на проверку истинности

Рассмотрим одну из разновидностей семантических логических игр — игры на проверку истинности. Допустим, стороны не согласны относительно истинности некоторого утверждения в рамках модели M . Контролер K утверждает его истинность, Фальсификатор Φ — ложность. Игры на проверку истинности описывают их ходы защиты и атаки согласно следующим правилам:

- атомарные утверждения: тестируется, кто победил;
- дизъюнкция $A \vee B$: K выбирает, какую из дизъюнкций играть;
- конъюнкция $A \wedge B$: Φ выбирает, какую из конъюнкций играть;
- отрицание $\neg A$: роли игроков меняются, игра продолжается относительно A ;
- квантор существования $\exists x A(x)$: K берет объект d , игра продолжается относительно $A(d)$;
- квантор всеобщности $\forall x A(x)$: Φ берет объект d , игра продолжается относительно $A(d)$.

Пример 4. Игра на проверку истинности (см. рис.)

Возьмем два объекта s и t с симметричным отношением $R = \{<s, t>, <t, s>\}$ и проверим истинность формулы $\forall x \exists y Rxy \forall z$.

В представленной игре Фальсификатор начинает, Контролер отвечает и выигрывает. Представленная формула сама по себе еще не дает игры, она лишь описывает абстрактную «игровую форму». Игра получается только в рамках конкретной модели, определяющей возможные ходы и результаты. Логические игры на проверку истинности связывают между собой выигрышные стратегии и истинность формулы на заданной модели. Утверждение A истинно в модели M тогда и только тогда, когда у Контролера в соответствующей игре на проверку истинности есть выигрышная стратегия.

Для логических игр на проверку истинности выявлены некоторые связи свойств игр с законами логики, для которых эти игры

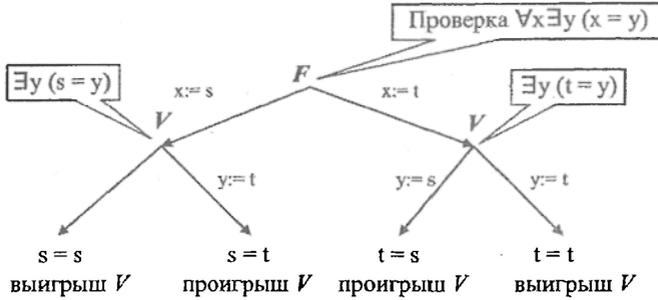


Рис. Пример семантической игры по проверке истинности

определяются. Так, закон исключенного третьего $A \vee \neg A$ выражает детерминированность игры на проверку истинности, т. е. если этот закон имеет место, то один из двух игроков должен иметь выигрышную стратегию. То, что Контролер может всегда выиграть $A \rightarrow \forall A$, означает, что он(а) будет иметь выигрышную стратегию или в A как Контролер (выбрав A), или в A как Фальсификатор (выбрав $\neg A$). Очевидно, что все игры на проверку истинности детерминированы. Это следствие теоремы Цермело.

Теорема Цермело. Все игры для двух игроков с нулевой суммой и конечной глубиной являются детерминированными.

Однако подчеркнем, не все игры детерминированы, как и закон исключенного третьего не обязателен в логике.

Таким образом, можно заметить, что логические игры на проверку истинности не только имеют дидактическое значение, но и выявляют ряд интересных зависимостей между свойствами игр и логическими законами. У теоретико-игровой семантики прекрасные перспективы в логике как науке и как учебной дисциплине.