Ю. Ю. Черноскутов

ПРИНЦИП КОМПОЗИЦИОНАЛЬНОСТИ И ПРИНЦИП КОНТЕКСТА У Г. ФРЕГЕ*

Введение

В различных областях логики и философии языка и смежных с ними разделах часто формулируются два несовместимых принципа. Первый их них — принцип композициональности:

Значение сложного выражения есть функция от значений его частей.

Второй — принцип контекста[1]:

Значение слова детерминируется контекстом предложения, в которое оно входит.

Оба этих принципа, будучи используемы в различных областях исследований, восходят к работам Готлоба Фреге. Больше того, каждый из них идентифицируется разными авторами как «принцип Фреге». По крайней мере, начиная с работы М. Даммита[2] интенсивно обсуждается вопрос о том, как уживаются в логике и философии Фреге принцип контекста и принцип композициональности. Проблема подогревается тем, что оба принципа конфликтуют в философии языка как таковые, безотносительно к исследованиям Фреге[3]. Более того, в разных мини-сообществах каждый из них получил название «принцип Фреге». Причем если второй явно формулировался самим Фреге, то первый появился в результате интерпретации некоторых его работ. Приоритет в такой интерпретации принадлежит Р. Карнапу[4].

Задача настоящей статьи — выяснить, как работает то, что Фреге называет принципом контекста, и какое место занимает у него то,

*Работа выполнена при поддержке РГНФ, грант № 04-03-00412а.

[1] Оба принципа, особенно второй, разными авторами формулируются не единообразно. Приводимые здесь определения можно считать наиболее типичными.

[2] *Dummett M.* Frege: Philosophy of language. New York, 1973.

[3] См., например, специально посвященный этой проблеме выпуск журнала: Journal of Logic, Language and Information. 2001. Vol. 10.

[4] *Карнап Р.* Значение и необходимость. М., 1956 (оригинальное издание — 1947 г.).

что ныне называют принципом композициональности, и на этой основе показать надуманность предполагаемого конфликта этих двух принципов при интерпретации и реконструкции логической системы Фреге.

Принцип контекста

Приведем формулировки принципа контекста, которые дает Фреге. Все они содержатся в тексте «Оснований арифметики» (1884). В других работах он не упоминает его в качестве фундаментального. Впрочем, в других работах он не вспоминает о нем ни в каком качестве.

Введение:

Охарактеризовав цели исследования и наметив основные направления аргументации против психологизма, Фреге формулирует три небезызвестных фундаментальных методологических принципа своего исследования. Один из них и является первой формулировкой того, что впоследствии стало именоваться принципом контекста:

> Следует ставить вопрос о значении слова в контексте предложения, а не о значении отдельно взятого слова [nach der Bedeutung der Wörter muss im Satzzusammenhange, nicht in ihrer Vereinzelung gefragt werden][5].

§ 60:

> ...всегда надо иметь в виду полное предложение. Только в нем слова имеют собственно значение... Достаточно, чтобы предложение как целое имело смысл; тем самым получают содержание и его части [Man muss aber immer einen vollständigen Satz ins Auge fassen. Nur in ihm haben die Wörter eigentlich eine Bedeutung... Es genügt, wenn der Satz als Ganzes einen Sinn hat; dadurch erhalten auch seine Theile ihren Inhalt][6].

§ 62:

> Слова обозначают что-либо только в контексте предложения [Nur im Zusammenhange eines Satzes bedeuten die Wörter etwas][7].

§ 106:

> ...надо выяснять значение слова не самого по себе, но в контексте

[5] Die Grundlagen der Arithmetik. Oxford, 1953. S. X. (Здесь и далее, если ссылка дается на оригинальный текст, перевод выполнен мною. — *Ю. Ч.*)

[6] Ibid. S. 71.

[7] Ibid. S. 73.

предложения [...die Bedeutung eines Wortes nicht vereinzelt, sondern im Zusammenhange eines Satzes zu erklaren sei][8].

Приведем еще один, более поздний, отрывок. Здесь Фреге не упоминает о том, что это один из его фундаментальных принципов, однако выражает весьма родственную мысль.

Письмо Хантингтону (вероятная датировка — 1902 г.):

> Поэтому такие соединения знаков, как $a + b$, $f(a, b)$, ничего не обозначают и не имеют смысла сами по себе, но помогают выразить смысл в контексте предложения, например в $a + b = b + a$ или если $a + b = c$, то $a = c - b$ и им подобных[9].

Хотя идея, выраженная здесь, и родственна принципу контекста, но все-таки это другая идея. Все формулировки нашего принципа в «Основаниях арифметики» говорят о том, что отдельное слово или словосочетание *имеет смысл*, пусть даже только в контексте предложения. Здесь же утверждается, что указанные соединения знаков вовсе не имеют смысла, но с их помощью мы можем строить осмысленные предложения.

Прежде чем приступить к анализу собственно фрегевского принципа контекста, приведем еще некоторые формулировки, которые часто вовлекаются в обсуждение рассматриваемой проблемы и выражают, казалось бы, аналогичную идею, но, на наш взгляд, совсем не являются частным случаем фрегевского принципа контекста.

Понятийное письмо (1879), *§ 9*: Здесь в качестве первого упоминания идеи контекстуальности часто рассматривают рассуждение, сопровождающее введение понятий функции и аргумента. Фреге обращает внимание, что с точки зрения грамматики естественного языка выражения «число 20» и «каждое целое положительное число» являются однотипными, т. е. могут выступать в качестве аргументов одной и той же функции. Разъяснения Фреге по этому поводу звучат так:

> Выражение «каждое положительное целое число» само по себе не доставляет — как в случае «числа 20» — самостоятельного представления: оно получает смысл лишь благодаря связи слов в предложении [...giebt nicht wie «die Zahl 20» fur sich allein eine selbstandige Vorstellung, sondern bekommt erst durch den Zusammenhang des Satzes einen Sinn][10].

---

[8] Ibid. S. 116.

[9] *Frege G.* Nachgelassende Schriften und Wissenschaftlicher Briefwechsel. Hamburg, 1976. S. 134.

[10] *Фреге Г.* Логика и логическая семантика. М., 2000. С. 80.

Сразу заметим, что если и принять эти слова за раннюю, не окончательную формулировку нашего принципа, то он не имеет здесь универсального характера. Из этого отрывка видно, что в период «Понятийного письма» Фреге полагал, что собственные имена чисел все-таки имеют самостоятельное значение. Из дальнейшего изложения станет ясно, что эта особенность не позволяет идентифицировать приведенный отрывок с принципом контекста.

Введение в логику (ок. 1906 г.):

> В результате расчленения, анализа единичной мысли получаются компоненты замкнутого рода и компоненты ненасыщенного рода, которые не встречаются, конечно, по отдельности; однако составляющая часть мысли, ее компонента одного рода, будучи соединенной с составляющей частью или компонентой другого рода, образует мысль[11].

Заметка для Л. Дармштедтера (1919 г.):

> Поэтому я начинаю не с понятий, соединяя их для того, чтобы образовать мысль или суждение, но я получаю части мысли, допуская, что мысль распадается на части. В этом различие между моим понятийным письмом и подобными ему творениями Лейбница и его последователей, несмотря на выбранное мною название, которое, пожалуй, было выбрано неудачно[12].

В этих фрагментах речь идет о структуре того, что Фреге называл в ранних работах «понятийным содержанием» [begriffliche Inhalt], а в поздних — просто «мыслью». Это тот компонент смысла суждения, который «может оказывать влияние на возможные следствия»[13] из этого суждения. Только это содержание и должно выражаться в разрабатываемом им искусственном языке. Если разные предложения имеют одинаковое понятийное содержание, то они должны выражаться одинаковыми сочетаниями знаков. Главным для Фреге видом понятийного содержания является «содержание, допускающее вынесение суждения» [beurteilbare Inhalt]. В более поздних работах, из которых, в частности, взяты два последних отрывка, последнее стало именоваться просто «мыслью». Этот вид содержания, или мысль, можно разными способами разлагать на функцию и аргумент. В заметке для Л. Дармштедтера, приведенной выше, на этом основании даже делается вывод о неадекватности названия «Понятийное письмо», поскольку не понятие, но

[11] Там же. С. 299.

[12] *Frege G.* Nachgelassene Schriften. Hamburg, 1969. S. 273.

[13] *Фреге Г.* Логика и логическая семантика. С. 70.

целое суждение выступает в качестве базисной единицы[14]. Однако, во-первых, нигде у Фреге мы не найдем, чтобы он идентифицировал эту идею — что, различным образом разлагая содержание суждения (или мысль), можно получать разные понятия — с одним из проявлений принципа контекста. Во-вторых, разъяснения Фреге по поводу способов разложения понятийного содержания на аргумент и функцию не дают повода для заключения, что содержание имени функции (или имени аргумента) может быть получено в результате разложения исходного содержания. Думается, здесь речь идет о приоритете суждения как законченной единицы мысли перед понятием. Подобный тезис можно встретить у многих авторов, назовем для примера И. Канта, В. Вундта, Ф. Брэдли. Однако предположение, что у названных авторов имелось, пусть и в зачаточном виде, некое подобие принципа контекста, было бы слишком смелым.

Если же мы проанализируем оставшиеся формулировки с точки зрения того, какие именно задачи решаются с помощью принципа контекста там, где он провозглашается явным образом, в «Основаниях арифметики», то мы обнаружим, что хотя он и постулируется как универсальный, однако работает в достаточно узкой области — фактически он привлекается только для введения понятия числа[15].

Действительно, единственный вид контекста, который может служить примером функционирования принципа контекста в данной работе Фреге, — это предложения, которые содержат вхождения имен числительных; еще точнее — это предложения, в которых выражается распознавание. Это не что иное, как математические предложения, утверждающие равенство. Рассмотрим ход рассуждений Фреге несколько подробней.

Сначала он анализирует приемлемость других определений. Фреге делает это в § 55–57, предшествующих основным выкладкам по поводу понятия числа. Хотя в этих определениях раскрывается

[14]На это впервые обратил внимание Э. Шредер в своей рецензии на «Понятийное письмо» в 1880 г.

[15]На это обращал внимание уже Кристиан Тиль в 1965 г.: «...речь идет пока вовсе не о значении (смысле) любых слов в контексте предложения, а о совершенно особом значении (смысле) числительных. Разумеется, результат должен выступить как приложение общего принципа к частному случаю числительных» (Sinn und Bedeutung in der Logik Gottlob Freges. Meisenheim am Glan 1965. S. 171). К сожалению, это простое, но очевидное наблюдение было сделано до того, как развернулись горячие дискуссии на соответствующие темы. Видимо, по этой причине оно не получило должного внимания.

смысл выражения, которое служит контекстом для имени числа, Фреге отказывается от них. Эти предварительные определения чисел 0 и 1, предлагаемые в § 55, таковы:

> Понятию соответствует число 0, если для всего, что является *a*, предложение, что *a* не подпадает под это понятие, является общезначимым.
>
> Понятию F соответствует число 1, если не всегда для того, что является *a*, предложение, что *a* не подпадает под F, является общезначимым и если из предложений «*a* подпадает под F» и «*b* подпадает под F» всегда следует, что *a* и *b* суть одно и то же.

Фреге отказывается от подобных определений. Он делает это на нескольких основаниях, здесь нас интересует лишь одно из них. Как он говорит, хотя мы установили смысл выражения «число 0 соответствует понятию...», «число 1 соответствует понятию...», но это не позволяет относительно произвольного имени объекта установить, является оно именем числа или нет. Однако в приведенных предварительных определениях раскрывается смысл именно контекста, в который входит имя числа. Таким образом, по мнению Фреге, не всякий контекст, смысл которого известен, позволяет зафиксировать смысл входящих в него выражений. Искомый контекст должен быть именно контекстом предложения. Заметим также, что Фреге вспомнил о принципе контекста уже после того, как отверг эти определения (в § 60). Стало быть, в них он в принципе не видел объекта для приложения интересующего нас принципа. Действительно, слово «контекст» (Zusammenhang) встречается только в словосочетании «контекст предложения» (Satzzusammenhang). Но это только первое условие.

После очередного отступления, направленного на то, чтобы показать, что знание не состоит из представлений, а число, будучи самостоятельным предметом, тем не менее не является представлением, начинается ключевая часть работы. § 62 открывается вопросом: «Как же даны нам числа, если мы не имеем их в наглядном представлении?» Одним из двух главных результатов предшествующих рассуждений можно считать вывод, что числа суть самостоятельные предметы, которые объективны, хотя и не действительны. Что касается предметов, которые и объективны, и действительны, т. е. чувственно воспринимаемых предметов, то они даны нам в наглядном представлении. В этом Фреге согласен с Кантом. Но как быть с предметами первого рода, на которые, грубо говоря, нельзя указать пальцем? Вот тут Фреге и вспоминает о принципе контекста. Трудно будет возразить на замечание, что Фреге производит здесь подмену понятия, давая на эпистемологический вопрос лингвистический ответ. Оказывается, тот род предметов, к которому относятся числа, дан не через особую познавательную способность, а через особый вид предложений. А именно предложений, выражающих идентификацию одного и того же предмета, заданного разными способами.

Второй главный результат рассуждений, предшествующих основным выкладкам, — вывод, что носителем числа является понятие. Словами Фреге, «числовые выражения содержат высказывание о понятии»[16]. Поэтому предложения, посредством которых даны числа, представляют собой утверждения о равенстве чисел, соответствующих разным понятиям.

Теперь мы можем охарактеризовать в общих чертах стратегию, которую Фреге использует для введения абстрактных объектов. Сначала устанавливается класс эквивалентности относительно некоторого параметра (например, класс прямых, параллельных друг другу; класс геометрических фигур, подобных друг другу; класс понятий, равночисленных друг другу). Затем параметр, относительно которого устанавливается отношение эквивалентности, выделяется в качестве идентифицируемого абстрактного объекта (соответственно направление прямой; образ геометрической фигуры; число, соответствующее понятию). Этот идентифицируемый параметр определяется затем как объем понятия «принадлежащее классу эквивалентности».

В общем виде эту идею можно попытаться выразить следующей формулой (возможно, не вполне в стиле Фреге):

$$A \cong B \equiv {}^*A = {}^*B,$$

где $A \cong B$ — отношение эквивалентности, а ${}^*A = {}^*B$ — трансформируемое из него равенство искомых абстрактных объектов.

Пусть, например, A и B — прямые, $\cong$ — параллельность, ${}^*A$ — направление прямой A. Тогда только что приведенная формула будет выражать, что прямые A и B параллельны, если и только если их направления равны.

Определение соответствующему абстрактному объекту Фреге дает такое:

$${}^*A =_{df} \eta x(x \cong A),$$

[16] Die Grundlagen... S. 67.

где η — оператор неопределенной дескрипции. В терминах вышеприведенного примера это означает: направление прямой A есть объем понятия «параллельное прямой A».

Теперь конкретизируем эту процедуру для особого рода абстрактных объектов — для чисел. В этом случае 1) класс эквивалентности образуется по такому параметру, как равночисленность между понятиями первого уровня; 2) утверждение о равночисленности понятий должно быть преобразуемо в утверждение о равенстве чисел, соответствующих понятиям. При этом равночисленность определяется как возможность установления взаимно-однозначного соответствия между элементами объемов понятий. В последнее время такая процедура стала именоваться принципом Юма[17]; 3) наконец, число должно быть идентифицировано как эквивалентностный класс равночисленности.

Введем некоторые сокращения. Пусть $\approx$ обозначает отношение равночисленности; $\#$ — оператор численности, $\#A$ будет обозначать «число, соответствующее понятию A». Тогда интересующий Фреге объект, число, может быть идентифицирован в контекстах вида

$$\#F = \#G,$$

утверждение о равночисленности понятий F и G будет выглядеть как $F \approx G$, а принцип Юма можно записать следующим образом:

$$(F \approx G) \equiv (\#F = \#G).$$

При этом понятие «равночисленность», напомним, определяется как взаимно-однозначное соответствие между элементами объемов F и G. Последнее выражение принято называть контекстуальным определением числа у Фреге.

Число, соответствующее понятию, определяется как класс эквивалентности, а именно

$$\#F =_{df} \eta x(x \approx F).$$

[17] Во-первых, Д. Юму принадлежит приоритет в использовании такого способа определения равенства; во-вторых, Фреге при введении соответствующего определения в «Основаниях арифметики» ссылается на Юма. Наименование «принцип Юма» стало общепринятым после замечательных работ Дж. Булоса, где оно было впервые употреблено (см., напр.: *Boolos G.* The Consistency of Frege's Foundations of Arithmetic // On Being and Saying / Ed. by J. J. Thomson. Cambridge, 1987. P. 3–20).

Последнее обычно обозначается как явное определение числа у Фреге. Нетрудно заметить, что это явное определение, как и приведенная выше более общая форма определения абстрактного объекта, представляет собой не что иное, как определение через абстракцию.

Здесь необходимо заметить, что в период работы над «Основаниями арифметики» Фреге еще не выработал понятие истинностного значения, поэтому проведенная выше реконструкция корректна, только если мы ограничиваем наше внимание рамками выкладок в «Основаниях арифметики» (далее — ОА). Кроме того, в «Понятийном письме», аппарат которого несомненно предполагается за всеми этими выкладками, не предлагается средств для работы с объемами понятий. В «Основных законах арифметики» (далее — ОЗА) последние вводятся как разновидность пробегов значений, а именно пробег значений для функций, значением которых является истинностное значение. Чтобы подчеркнуть отличие концепции Фреге, изложенной в ОА, от концепции, предложенной в ОЗА, мы намеренно не используем инструментарий, появившийся лишь в последней работе. Поэтому в проделанной выше реконструкции использован оператор неопределенной дескрипции. Если бы речь шла о зрелой концепции Фреге, то, безусловно, мы обязаны были бы использовать оператор пробега значений.

Принято считать, что Фреге отказывается от контекстуального определения числа в пользу явного. По этой причине комментаторы, принимающие такое объяснение, вынуждены ломать голову над еще одной проблемой: почему же Фреге, подводя в заключительных параграфах итог достигнутым результатам, в четвертый раз формулирует принцип контекста (см. выше определение из § 106), очевидно, полагая его одним из существенных пунктов процесса выведения арифметики из логики.

На наш взгляд, хотя явное определение выглядит вполне автономным, поскольку оно используется при доказательстве принципа Юма, тем не менее очевидно, что получить это определение можно только в результате преобразования соответствующего утверждения об эквивалентности.

Теперь мы можем вернуться к контексту. Роль, которую Фреге отводит этому принципу, можно сделать более очевидной, если мы позволим себе такую словесную интерпретацию явного определения числа (думается, что набросанный нами ход реконструкции позволяет это сделать):

«Число, соответствующее понятию F, — совокупность всех понятий x, для которых предложения — контексты вхождения F вида "x равночисленно F" являются истинными».

Таким образом, фрегевская формулировка принципа контекста по существу предназначена для того, чтобы обосновать использование того, что впоследствии стало называться определением через абстракцию (или принципом абстракции). При этом то, что называют контекстуальным определением числа у Фреге, не отброшено, но интегрировано в явное определение.

В качестве подтверждения нашей точки зрения приведем также следующее наблюдение. Единственное место в «Основаниях арифметики», кроме введения чисел, где Фреге находит применение принципу контекста, мы можем найти в примечании к § 60:

Речь идет о том, чтобы определить смысл равенства $df(x) = g(x)dx$, но не о том, чтобы определить отрезок длины dx, ограниченный двумя точками[18].

Как видим, здесь речь идет о таком предмете, как бесконечно малая величина, т. е. о предмете, который не дан в наглядном представлении. Поэтому для его идентификации надо дать определение контексту с типичными вхождениями имени такого предмета. Как ни удивительно, таким контекстом вновь оказывается предложение, выражающее равенство, т. е. способ идентификации соответствующего предмета.

Обратим также внимание на полный текст предложения, к которому делается это примечание. Оно следует непосредственно после того, как Фреге впервые в основном тексте приводит ту самую формулировку принципа контекста из § 60 (впервые после «Введения»):

Мне кажется, что эти замечания пригодны для того, чтобы пролить свет на такие трудные понятия, как бесконечно малое, и *что область их применимости не ограничивается математикой* (курсив мой. — *Ю. Ч.*)[19].

Таким образом, Фреге имел в виду такие приложения принципа контекста, которые должны разъяснять и определять математические понятия, во всяком случае, только эта возможность приложения представляется ему несомненной; относительно же его применимости в других областях он имел только смутные предположения. Во всяком случае, все это делает, пожалуй, очевидным, что он

---

[18] Die Grundlagen... S. 72.
[19] Ibid. S. 71–72.

не мыслил его как универсальный методологический принцип для построения искусственных или исследования естественных языков.

Исчезновение принципа контекста в зрелой версии логицизма

После «Оснований арифметики» Фреге перестает приводить какую-либо формулировку, соответствующую принципу контекста, в качестве фундаментальной. При этом два других продолжают воспроизводиться. Действительно, после того как Фреге стал разлагать понятийное содержание на смысл и значение, после того как появилось понятие истинностного значения, а логика была расширена печально известной 5-й аксиомой, он перестал упоминать о принципе контекста, в то время как два остальных принципа остаются его сквозными темами. Вопрос о необходимости отделения логического от психологического, субъективного от объективного продолжает подниматься на протяжении всего его творчества, об этом он говорит едва ли не в каждой своей работе. Необходимость различения понятия и предмета стала главной темой отдельной статьи в 1892 г., и это различение действительно лежит в фундаменте его концепции логики. Без этого невозможна также и фрегевская версия логицизма. А третий принцип — принцип контекста — исчезает без всяких объяснений. В вопросе о причине этого исчезновения мнения исследователей расходятся. Одни считают, что Фреге полностью отказался от этого принципа, в частности, из-за того, что он противоречит принципу композициональности. Другие считают, что Фреге продолжал его придерживаться. Однако, поскольку явные признания в этом у Фреге отсутствуют, сторонникам этой точки зрения приходится проявлять изобретательность и остроумие.

На наш взгляд, объяснение этой загадки состоит в том, что тот принцип контекста, формулировка которого приведена в самом начале этой работы, никогда и не принимался самим Фреге в качестве базисного принципа построения искусственного языка. Та глобальная формулировка, которую он делает в «Основаниях арифметики», значительно шире того, что он действительно подразумевал. А подразумевал он, как показано выше, некое обоснование того, что ныне именуется принципом абстракции. Теперь попытаемся объяснить, почему после 1884 г. в работах Фреге исчезают упоминания о принципе контекста. Для этого надо напомнить, что именно изменилось, что исчезло, а что появилось в зрелой версии логики и логицизма (1891–1893) по сравнению с ранней (1879–1884).

Дабы упростить изложение и не отвлекаться на вопросы, имеющие интерес исключительно внутри фрегеведения, в дальнейших рассуждениях я буду исходить из следующих соображений.

а) В период работы над «Понятийным письмом» Фреге еще не имел отчетливо осознаваемой и завершенной концепции логицизма.

б) Неформальные рассуждения в 4-й главе «Оснований арифметики» предполагают свою выразимость на языке, представленном в «Понятийном письме».

Первое существенное изменение — это отказ от знака тождества в пользу обычного знака равенства и сопровождающие это концептуальные сдвиги. Знак тождества, введенный в «Понятийном письме», разъясняется таким образом, что все суждения, где этот знак имеет вхождение в качестве главной логической связки, являются синтетическими. Действительно, вспомним соответствующие разъяснения, приводимые в § 8:

> ...существование различных имен для одного содержания не всегда является несущественной формальностью; то, что имеются такие имена, есть самая суть дела, если каждое ассоциируется с различным способом определения содержания. В таком случае суждение, предмет которого — тождество содержаний, является синтетическим в кантовском смысле[20].

Это значит, что всякое суждение тождества, за исключением суждений вида $a = a$, является синтетическим. Вместе с тем в «Основаниях арифметики» он утверждает, что демонстрация тезиса, что арифметика выводима из логики, необходимым образом предполагает аналитичность всех базисных высказываний. Выкладки в 3-й главе «Понятийного письма» не могли опорочить эту идею, поскольку, во-первых, знак тождества нигде не имел вхождения в качестве главной связки, но если это не было суждением вида $a = a$, то с его помощью всегда формулировалась только одна из частей условного высказывания. Кроме того, в упомянутой 3-й главе производится только построение теории последовательностей (или теории упорядочения); там не появляется понятие числа. Определение числа в логических терминах становится главной темой «Оснований арифметики», где, как показано в предыдущем

[20] *Фреге Г.* Логика и логическая семантика. С. 79.

разделе, центральным моментом определения является предложение равенства. Соответственно, оставаясь с разъяснениями относительно знака тождества, сделанными в «Понятийном письме», пришлось бы признать, что предложения, выражающие идентификацию такого абстрактного объекта, как число, суть синтетические суждения. Как следствие, вопрос об аналитичности предложений арифметики автоматически решался бы отрицательным образом.

Итак, стремление формализовать в символах своего искусственного языка неформальные рассуждения о понятии числа в «Основаниях арифметики» привело к пересмотру взглядов на природу тождества. Теперь оно идентифицировано с обычным равенством, а «различные способы определения содержания» ассоциируются с одной из сторон содержания, а именно со смыслом. Суждение формы $a = b$ может быть аналитическим и при этом выходить за границы «не имеющего отношения к делу вопроса формы».

Думается, что разъяснения, приводимые Фреге при введении знаков для пробегов значений в § 3 ОЗА, должны рассеять сомнения по этому поводу:

> Я использую слова «функция $\Phi(\zeta)$ имеет такой же пробег значений, как $\Psi(\zeta)$» для обозначения той же *мысли*, что и слова «функции $\Phi(\zeta)$ и $\Psi(\zeta)$ всегда имеют одинаковые значения для одинаковых аргументов» (курсив мой. — *Ю. Ч.*)[21].

Заметим, что это не что иное, как словесное выражение основного закона V, символическую запись которого на своем языке Фреге делает только в § 20 (приводим ее в переводе на более привычную современную символику):

$$[\forall x(f(x) = g(x))] = [\acute{\varepsilon} f(\varepsilon) = \acute{\alpha} g(\alpha)].$$

Таким образом, обе части равенства, образующего основной закон V, имеют не только одинаковое истинностное значение, но и одинаковый смысл. А это, в соответствии с новой семантической концепцией Фреге, означает, что этот закон является аналитической истиной.

Как следствие, взаимопереходы между выражениями вида $\forall x(f(x) = g(x))$ и $\acute{\varepsilon} f(\varepsilon) = \acute{\alpha} g(\alpha)$ (которые представляют собой частные случаи $A \doteq B$ и $^*A = {}^*B$ соответственно — подробнее об этом чуть ниже) сохраняют не только истинностные значения, но и

[21] Перевод фрагментов «Основных законов арифметики» выполнен с английского текста: Basic laws of Arithmetic. Berkeley, 1964.

смысл. На этом основании Фреге и делает вывод (в § 9), что возможность таких взаимопереходов «должна рассматриваться как закон логики, который используется всегда, пусть и неосознанно, когда речь идет об объемах понятий. На этом покоится все исчисление логики Лейбница — Буля».

Итак, принцип контекста в «Основаниях арифметики» работал как основание для применения принципа абстракции. Для того чтобы объяснить идентификацию абстрактного предмета, Фреге помещает его в контекст равенства. Однако в терминах «Понятийного письма» это означало бы, что контекст, который вводит число как абстрактный объект, является неаналитическим суждением. В «Основных законах арифметики» принцип абстракции уже не привязывается к принципу контекста, а равенство обосновывается, в случае синтетических суждений, как равенство значений, в случае же аналитических суждений — как равенство и значений, и смыслов.

Второе, тесно связанное с первым, изменение в зрелой версии логицизма, существенное для наших целей, — появление уже упоминавшегося основного закона V. Последний, на наш взгляд, представляет собой не что иное, как обобщение процедуры, лежащей в основе принципа Юма, сформулированного для чисел, на абстрактные объекты вообще. Действительно, в литературе уже замечалось[22], что V основной закон используется в ОЗА только для выведения принципа Юма. Это значит, что последний мыслился как частный случай общего принципа введения абстрактных объектов для такого рода объектов, как числа. И в самом деле, посмотрим на этот закон (в современной записи) еще раз:

$$\forall x(f(x) = g(x)) = \acute{\varepsilon} f(\varepsilon) = \acute{\alpha} g(\alpha).$$

Левая часть этого тождества (эквивалентность понятий) соответствует равночисленности понятий, а правая (совпадение идентифицируемых абстрактных объектов) — равенству чисел, соответствующих понятиям.

Даваемое на этой основе определение числа в § 40 ОЗА можно выразить следующим образом:

> Число, соответствующее понятию Φ, есть пробег значений следующей функции (или объем следующего понятия): «Совокупность всех тех и только тех G, таких что существует такое отношение

[22]Напр.: *Heck R.* The Development of Arithmetic in Frege's Grundgesetze der Arithmetik // Journal of Symbolic Logic. 1993. Vol. 58. P. 579–601.

q, которое взаимно-однозначным образом сопоставляет Φ-объектам G-объекты и G-объектам Φ-объекты».

Под G-(Φ-)объектами здесь понимаются объекты, подпадающие под понятие G (Ф), или, иначе выражаясь, объекты, входящие в объем этих понятий.

При желании и данное определение можно было бы попытаться перевести так, чтобы в нем тоже появилось слово «контекст», как мы поступили выше при реконструкции рассуждений в ОА. Но тогда это соответствовало бы ходу рассуждений самого Фреге с очень большой натяжкой. В ОЗА принцип Юма, который по-прежнему лежит в основе определения числа, дедуктивно выводится из основного закона V. Как следствие, недостаточно отчетливо сформулированному, полуинтуитивному принципу контекста просто не нашлось места.

Словом, введение категорий смысла и значения и основного закона V приводит к упразднению принципа контекста. Поэтому бесчисленные рассуждения на тему, какой из членов этой пары (смысл или значение) мог бы служить адекватным предметом приложения принципа контекста, представляются неуместными. Это можно анализировать как тему в философии языка или в сослагательном наклонении (а как бы на такой вопрос ответил Фреге?), но применительно именно к системе Фреге сам этот вопрос просто неуместен. Во-первых, потому что его принцип контекста не является принципом построения языка, во-вторых, потому что введение бикомпонентной семантики предназначено для объяснения в первую очередь той же проблемы, которая решалась посредством контекстуальной идеи.

Тем не менее это не может служить препятствием для размышлений о роли соответствующих принципов в построениях Фреге. А именно обсуждение этих принципов оказывается уместным, когда речь заходит о необходимости выразить в искусственном языке абстрактные объекты. В системе Фреге это числа, пробеги значений, истинностные значения. Кроме того, если мы примем, что суть принципа контекста, как его понимал Фреге, состоит в том, чтобы вводить абстрактные объекты с помощью равенства (или эквивалентности), то нельзя не признать, что от такого принципа Фреге никогда не отказывался.

Итак, сделаем вывод. В основе фрегевского понятия числа, как в ранней, так и в поздней версии, лежит определение через абстракцию. В ОА определение через абстракцию производится из принципа контекста и обосновывается им. В ОЗА, во-первых, Фреге дополнительно занят тем, чтобы показать аналитический характер всех используемых предложений, поэтому там оно обосновывается через дихотомию смысла и значения. Во-вторых, принцип Юма, занимавший в ОА своего рода «промежуточное» положение между принципами контекста и абстракции, в ОЗА напрямую выводится из V аксиомы.

Принцип композициональности у Фреге

Формулировки, в которых некоторые исследователи желают видеть предвосхищение принципа композициональности, появляются в период 1891–1893 гг. Перечислим их.

О смысле и значении:

> Если наше предположение, что значением предложения является его истинностное значение, верно, последнее должно остаться без изменения, если заменить часть предложения выражением, имеющим то же значение, но другой смысл[23].

Собственно говоря, это не принцип композициональности, но родственный ему принцип подстановочности.

Формулировки из *Основных законов арифметики*:

§ 28:

Вводя принцип определения, Фреге описывает правильно построенное имя. Это такое имя,

> которое состоит только из знаков, введенных как простейшие или определением, и эти знаки используются именно таким образом, который был описан при их введении.

То есть собственные имена должны входить как собственные имена, имена функций первого уровня от одного аргумента — как имена функций этого рода, и т. д.

§ 29:

> Имя функции первого уровня от одного аргумента имеет значение, если собственное имя, которое получится из этого функционального имени по заполнении аргументных мест собственным именем, всегда имеет значение, если подставленное имя нечто обозначает.

Это уже ближе к тому, что принято обозначать как «принцип композициональности». Функция первого уровня, по Фреге, представляет собой неполное имя, в котором не заполнены аргументные места. После того как последние будут заполнены собственными

[23] *Фреге Г.* Логика и логическая семантика. С. 236.

именами, мы получим не что иное, как предложение. Поэтому приведенный выше отрывок можно перефразировать так: «Общее имя имеет значение, если предложение, составленное из этого общего имени и значащего собственного имени, имеет значение». Однако буквально в следующем предложении Фреге описывает критерий наличия значения у собственного имени. Оказывается, что последнее, в свою очередь, зависит от наличия значения у содержащего это имя предложения:

> Собственное имя имеет значение, если собственное имя, получаемое по заполнении этим собственным именем аргументных мест значащего имени функции первого уровня от одного аргумента, всегда имеет значение.

§ 30:

Здесь производится обобщение сформулированных в предыдущем параграфе условий:

> Всякое имя, построенное из значащих имен, обозначает нечто.

Затем описываются 3 способа построения собственных имен и 2 способа построения имен функций первого уровня. Описание второго способа завершается словами:

> Получаемое таким образом имя всегда имеет значение, если простые имена, из которых оно построено, нечто обозначают.

Но! Когда он начинает разъяснять (§ 31), как это происходит, оказывается, что почти все (кроме одного) примитивные собственные имена — это имена истинностных значений, и с ними он разбирается без видимых проблем. Оставшееся собственное имя — это имя пробега значений. Трудности возникают, признает Фреге, только с именем пробега значений. Оставляя сейчас в стороне суть его разъяснений, напомним, что символ для пробега значений вводится Фреге не как самостоятельное выражение, но как входящее справа или слева от знака равенства, т. е. как часть контекста[24]. Есть еще имя функции '$\backslash$', которая соответствует оператору определенной дескрипции. Однако согласно постулированным Фреге правилам построения языка аргументом этой функции может быть только пробег значений. Таким образом, собственные имена, которые, казалось бы, являются фигурантами принципа композициональности (над ними осуществляются «композитирующие операции»), — это либо имена истинностных значений, т. е. предложения

---

[24]Здесь и далее мы придерживаемся упоминавшегося выше допущения, что в ОЗА принцип контекста сохраняется лишь постольку, поскольку под ним понимается способ введения абстрактных объектов через равенство.

или контексты в смысле «Оснований арифметики», или имена, которые вводятся не как таковые, но как части вполне определенных контекстов. Напомним, что в § 3 пробеги значений вводятся через равенство. Истинностное же значение есть объект, на него указывает предложение, которое является законченным контекстом.

Таким образом, композиционные принципы, которые можно найти у Фреге в качестве реально функционирующих, применяются к сущностям, вводимым через принцип контекста (в смысле Фреге, т. е. фактически через принцип абстракции) или его аналоги. При этом разъяснения, соответствующие композициональности, как правило, описывают не построение предложения из собственных имен и имен функций, но построение сложных предложений из простых.

Возможно, это несколько парадоксально, но, категорический противник неявных, в частности контекстуальных, определений, Фреге видел возможность вводить базисные абстрактные объекты только через контекст предложений распознавания, или предложений, выражающих равенство.

Таким образом, в системе Фреге принципы композициональности и контекстуальности не конфликтуют, но взаимодополняют друг друга. С помощью принципа контекста вводятся базисные имена, которые суть имена абстрактных объектов. Принцип композициональности, если допустим, что та или иная его версия действительно присутствует у Фреге, описывает принципы манипулирования с введенными таким способом примитивными символами.

В заключение приведем одно остроумное наблюдение[25]. Формулировка из § 62 «Оснований арифметики» («Слова обозначают что-либо только в контексте предложения») представляет контекстуальность как необходимое, но недостаточное условие осмысленности терминов. Это предложение можно переформулировать следующим образом: «*Только если предложение имеет значение, то входящие в него слова имеют значение*». Но такое предложение можно подвергнуть обращению, в результате которого мы получим равносильное высказывание, выражающее следующее достаточное условие: «*Если слова, входящие в предложение, имеют значение,*

[25] *Stuhlmann-Laeisz R.* The Context-Principle // Building on Frege / Ed. by A. Newen, U. Nortmann, R. Stuhlmann-Laeisz. Stanford, 2001. P. 253.

то это предложение имеет значение». Но это одна из формулировок принципа композициональности! Так что же имел в виду Фреге?

Безусловно, это рассуждение следует расценить как игру ума, которая вряд ли к чему-то обязывает. Тем не менее связь принципов композициональности и контекста у Фреге, и в самом деле, даже более тесная, чем можно было бы ожидать.