

И. Б. Микиртумов

ЭЛЕМЕНТЫ ЛОГИКИ ЭРНСТА МАЛЛИ: ПРЕДМЕТНО-ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВАНИЯ И ПРОБЛЕМЫ ИНТЕРПРЕТАЦИИ*

Аннотация: В статье анализируется логика Эрнста Малли, которая представляет собой предметно-теоретическое построение теории логического следования, теории классов и теории множеств. Делается вывод о том, что методологическое единство подхода Малли, связанное с содержательной концепцией объектива Мейнонга, приводит к смешению логических явлений различных уровней. Обсуждается важное место понятия приблизительного содержания объектива и приблизительного следствия для понимания теоретико-познавательной природы логики Малли. Общий вывод статьи состоит в том, что отдельные фрагменты логики Малли эквивалентны логике высказываний, теории множеств и элементарной арифметике, но, взятая в своей оригинальной форме, эта система не может последовательно применяться.

Ключевые слова: теория предмета, теория следования, логическая семантика, Эрнст Малли.

I. B. Mikirtumov

ELEMENTS OF ERNST MALLY'S LOGIC: SUBJECT-THEORETICAL BASE AND PROBLEMS OF INTERPRETATION

Resume: The paper analyzes the logic of Ernst Mally, which is the object-theoretical construction of the theory of logical entailment, class theory and set theory. It is concluded that the methodological consistency of Mally's approach related to the Meinong's idea of an "objectiv" leads to a confusion of logical phenomena belonging to the different levels. The important role for the understanding of a epistemological nature of Mally's logic plays the concept of approximate content of an objectiv and of the approximate consequence. The overall conclusion of the paper is that the different fragments of Mally's logic are equivalent to propositional logic, set theory and elementary arithmetic, but, taken in its original united form, this system cannot be consistently applied.

Keywords: subject theory, entailment theory, logical semantics, Ernst Mally.

Микиртумов Иван Борисович — доктор философских наук, профессор кафедры логики Санкт-Петербургского государственного университета.

Mikirtumov Ivan Borisovich — doctor of philosophy (Dr. habil.), professor, Department of logic, Saint Petersburg State University.

* Исследование проводится в рамках проекта РФФИ № 11-06-00206а.

В настоящей статье будет осуществлен анализ ряда положений логической системы Эрнста Малли, изложенной в его работе «Предметно-теоретические основания логики и логикистики» (1912) [Mally 1912]. Эта система была построена на теоретических основаниях логики-предметной теории Алексиуса Мейнонга¹ и должна была стать единым синтетическим основанием нескольких теорий: пропозициональной логики или логики объективов (пропозиций), логики экзистенциальных модальностей, логики классов предметов, логики множеств, системы элементарных арифметических операций, теории измерений и теории вероятностей. Мы сосредоточимся на представлении основополагающих элементов логики Малли и их логико-семантических особенностей. Теорию так называемых «неточных» или «приблизительных» объективов (пропозиций) и их следствий, а также вопросы теории измерений и теории вероятностей оставляем в стороне.

1. Происхождение логики-предметной теории и ее современное звучание

Прежде чем переходить к изложению системы Малли в указанных границах, необходимо объяснить причины современного интереса к работам Мейнонга, Малли и других представителей австрийской философско-логической школы. Интерес этот связан с происходящей реабилитацией собственно философской проблематики логики. Время расцвета австрийской школы и время публикации интересующей нас работы Малли было временем интенсивного развития всех разделов логики. Хорошо известно, что наиболее впечатляющих результатов добились, во-первых, математическая логика, выросшая из разработки логических вопросов в сфере оснований математики, во-вторых, направления философской логики, связанные с анализом контекстов естественного языка. К середине XX в. в рамках первого направления были получены фундаментальные результаты, приведшие, в частности, к появлению конечных автоматов — компьютеров. Второе направление достигло решающих успехов к началу 80-х годов, и полученные здесь теоретические результаты стали находить применение в сфере искусственного интеллекта. Сегодня специфику логического исследования в этих двух областях можно считать утраченной. Математическая логика — это раздел математики, а логический анализ языка — компьютерной лингвистики. Собственно философские проблемы логики играли свою роль, но оставались в известной степени на периферии масштабного развития двух указанных направлений, поэтому появление ясного осознания того факта, что логика перестала быть междисциплинарной наукой и вновь должна обратиться

¹ Содержательные основания этой системы, ее связь с теорией Мейнонга и некоторые вопросы, связанные с интерпретацией теории следования, рассмотрены в работе: [Микиртумов 2012]. Там же даны ссылки на библиографию работ Малли. Первые отечественные исследования Малли принадлежат Е. Н. Суздалеву [Суздалев 1994]. См. также недавние работы [Chernoskutov 2013; Lisanyk 2013], посвященные, соответственно, историческому контексту появления логики-предметной теории и деонтической логике Малли.

к своим исконным вопросам, случилось не так давно. Это требует восстановления связи с логической традицией, восходящей, с одной стороны, к Лейбницу и классическому рационализму, с другой стороны, к критике этого рационализма у Канта. Обе эти линии, в свою очередь, ведут к средневековым и античным логическим и риторическим учениям, а также к основным содержательным вопросам логики, т. е. к вопросам об истине, следовании, предмете, понятии.

Австрийская школа исторически оказалась в уникальном положении. В силу ряда причин она развивалась автохтонно как школа Франца Brentano и если испытывала влияние, то со стороны небольшого числа авторов, представляющих как англо-американскую, так и немецкую традиции. В том огромном разнообразии логических идей, которые обсуждаются в философских и математических книгах и журналах конца XIX, начала XX в. современникам очень трудно было выявить «магистральную» линию, по которой пошло последующее развитие логики. Позже, когда такая линия обозначилась, многие идеи остались без должной рефлексии со стороны научного сообщества. Можно назвать, по меньшей мере, три больших исследовательских сообщества или школы, наследие которых сегодня остается не до конца раскрытым: Венский кружок и группа авторов журнала «Erkenntnis», Львовско-Варшавская школа и Австрийская школа, или школа Мейнонга. Последняя исследована меньше всего, хотя по своей проблематике она примыкает к феноменологии и формально-онтологическим исследованиям. Впрочем, ситуация постепенно меняется, и число исследований концепций и персон, относящихся к школе Мейнонга, возрастает². Обращаясь к наследию Австрийской школы, исследователи стремятся увидеть единство логической и философской проблематики вне влияния на нее математических или лингвистических задач, т. е. вернуть философской логике ее собственное поле исследования.

Обсуждение логической системы Малли уместно начать с пояснений относительно центрального понятия теории предмета Мейнонга — понятия *объектива*. Следуя за теорией предположений (Annahme) Мейнонга [Meinong 1910], Малли подразделяет два вида схватывания на суждения и предположения. Как для того, так и для другого существуют *объект* схватывания и его *объектив*. В суждении или предположении «7 простое число» 7 играет роль объекта, а положение дел, согласно которому 7 есть простое число — роль объектива. По сути дела объектив Мейнонга совпадает с фреговским понятием «мысль», которое сначала неявно вводится в его «Begriffsschrift» [Фреге 2000a] при разделении утверждения и содержания утверждаемого, а позже получает детальную характеристику в его работе 1918 г. [Фреге 2000b]. Еще одним синонимом для термина *объектив* может служить термин *пропозиция*, последовательное использование которого восходит к Алонзо Черчу³.

² Назовем несколько конференций, на которых сообщались результаты исследования Австрийской школы: конференция в Торонто в 2000 г. «Writing the Austrian Traditions», конференции 2008 и 2011 гг. в Екатеринбурге «Австрия как культурный центр Европы», с секциями, посвященными философии языка; конференция в Арлингтоне (Техас) в 2012 г. «Austrian Thought at the Turn of the 20th Century».

³ В традиции, восходящей к Фреге и Расселу, смысл предложения рассматривается как пропозиция, т. е. мысленный образ положения дел или, как у Черча, концепт истинностного значения.

То, что не является объективом, является предметом и в такой роли выступает в суждении и предположении. Познавательный акт, в котором появляется объектив, — это устанавливающий акт. Если объектив α установлен, то тем самым установлены все его следствия, схвачены все его частные случаи и схвачен всякий предмет (объект или объектив) A , выполняющий α [Mally 1912: 2]. Все предметы, выполняющие объектив α , подпадают под понятие A и являются предметами вида A . Малли называет такие предметы «точками значимости» объектива α . Совокупность таких предметов образует область значимости объектива α или просто «область» α . В свою очередь α выступает в роли определяющего объектива как для понятия A , так и для соответствующего класса предметов (его объема), оказываясь содержанием этого понятия. Такое понимание роли объектива может быть распространено с класса предметов на класс множеств предметов, так что если объектив α характеризует отношение между двумя предметами, то ему будет соответствовать класс пар предметов. Каждая такая пара есть результат операции соединения двух вещей в одну — элемент области отношения.

2. Изложение логической системы Малли

2.1. Основные положения

Логика Малли в своем строении ориентирована на алгебру логики Шредера. Малли принимает некоторые положения в качестве основных, а прочие из них выводит, поэтому будем обозначать первые как аксиомы, вторые — как теоремы. Доказательства опускаем там, где они не важны для понимания подхода Малли. Не очень удобную нотацию Малли модернизируем, если это возможно без искажения содержания.

По ходу изложения будут обсуждаться вопросы адекватности предлагаемой Малли формализации логических отношений.

Опишем сначала алфавит:

$\alpha, \beta, \gamma, \delta, \dots$ — символы для объективов (фактов, положений дел, пропозиций).

$A, B, C, D, \dots$ — символы для классов объектов.

$\Rightarrow$ — символ отношения «обуславливает»; запись $\alpha \Rightarrow \beta$ читается как « α включает β » или « α — причина β », или « α имплицитует (имеет своим следствием) β ».

$\subseteq$ — символ отношения «включает»; запись $A \subseteq B$ читается как «множество A включено во множество B » или « A есть вид B », или «понятие A подпадает под понятие B ».

$\neg$ — символ отрицания.

Скобки используются обычным образом.

Сохраняем нумерацию аксиом и определений Малли.

Такое понимание совместимо с трактовкой смысла предложения как процедуры его проверки, поскольку пропозиция, соответствующая предложению, есть репрезентация такого положения дел, когда предложение истинно. Черч использует термин «proposition» там, где Фреге — термин «Gedanke». Перевод «proposition» как «суждение», который используют переводчик книги Черча «Введение в математическую логику» [Черч 1960] В. С. Чернявский и ее редактор В. А. Успенский, неудачен.

Аксиома E: если полагается объектив α , то тем самым имплицитно полагаются (1) все следствия α , (2) всякий частный случай α , (3) всякий предмет, выполняющий α , как предмет вида A .

Например, если α — объектив « x — простое число», то его полагание означает и полагание объектива « x не имеет делителя кроме 1 и самого себя». Если полагается сложный объектив, например, что предметы, выполняющие α , выполняют и β , то вместе с этим полагается такая связь для любого предмета.

2.2. СЛЕДОВАНИЕ, ЛОГИЧЕСКАЯ СУММА, ЛОГИЧЕСКОЕ ПРОИЗВЕДЕНИЕ

Аксиома включения (2). $\alpha \Rightarrow \alpha$.

2.1. $\alpha \Rightarrow \beta$ и $\beta \Rightarrow \gamma$ влекут $\alpha \Rightarrow \gamma$.

Определение эквивалентности объективов: $\alpha \Rightarrow \beta$ и $\beta \Rightarrow \alpha =_{\text{df}} \alpha \Leftrightarrow \beta$.

Читается: «истинность объектива α влечет истинность объектива β и наоборот».

Определение тождества классов: $A \subseteq B$ и $B \subseteq A =_{\text{df}} A \Leftrightarrow B$. Читается «понятия A и B имеют один и тот же объем».

Аксиома двойственности (8, R): $(\alpha \Rightarrow \beta) \Leftrightarrow (A \subseteq B)$,

где A — множество предметов (объектов или объективов), выполняющих α , а B — множество предметов (объектов или объективов), выполняющих β . Здесь $(\alpha \Rightarrow \beta)$ и $(A \subseteq B)$ — это объективы, потому между ними может быть установлено отношение $\Leftrightarrow$.

Теоремы:

8.1. $\alpha \Leftrightarrow \beta \Leftrightarrow (A \Leftrightarrow B)$.

8.2. $\alpha \Leftrightarrow \alpha$.

8.3. $A \Leftrightarrow A$.

8.4. $A \subseteq B$ и $B \subseteq C$ влекут $A \subseteq C$.

Определение логической суммы: если $\delta \Rightarrow \alpha$, $\delta \Rightarrow \beta$ и для любого γ , такого, что $\gamma \Rightarrow \alpha$ и $\gamma \Rightarrow \beta$, верно, что $\gamma \Rightarrow \delta$, то δ называется логической суммой объективов α и β . Символически: $\delta \Leftrightarrow \alpha \wedge \beta$. Это значит, что $\alpha \wedge \beta$ — это объектив, который является следствием любой причины, вызывающей, по меньшей мере, и α , и β , т. е. это слабейшая общая причина α и β . Для любых двух объективов существует их логическая сумма.

Закон коммутативности (11): $\alpha \wedge \beta \Leftrightarrow \beta \wedge \alpha$.

11.1. $(\delta \Rightarrow \alpha) \wedge (\delta \Rightarrow \beta) \Leftrightarrow (\delta \Rightarrow \alpha \wedge \beta)$.

11.2. $(\beta \Rightarrow \alpha) \Leftrightarrow (\beta \Rightarrow \alpha \wedge \beta)$.

Определение логического произведения: если $\alpha \Rightarrow \delta$, $\beta \Rightarrow \delta$ и для любого γ , такого, что $\alpha \Rightarrow \gamma$ и $\beta \Rightarrow \gamma$, верно, что $\beta \Rightarrow \gamma$, то δ называется логическим произведением объективов α и β . Символически: $\delta \Leftrightarrow \alpha \vee \beta$. Логическое произведение $\alpha \vee \beta$ — это объектив, который является сильнейшим общим следствием объективов α и β , т. е. из него вытекают все прочие их общие следствия. Любые два объектива имеют логическое произведение.

Аксиома коммутативности (15): $\alpha \vee \beta \Leftrightarrow \beta \vee \alpha$.

15.1. $(\alpha \Rightarrow \delta) \vee (\beta \Rightarrow \delta) \Leftrightarrow (\alpha \vee \beta \Rightarrow \delta)$.

15.2. $(\beta \Rightarrow \alpha) \Rightarrow (\alpha \Rightarrow \alpha \vee \beta)$.

Теорема (18). Для любых двух классов A и B существует класс D , такой что: $D \subseteq A$ и $D \subseteq B$ и для любого класса X , такого, что $X \subseteq A$ и $X \subseteq B$, верно, что $X \subseteq D$.

Определение произведения классов: класс D , описанный в законе 14, называется *логическим произведением классов A и B* , так что $D \Leftrightarrow A \times B \Leftrightarrow A \cup B$. Логическое произведение классов A и B соответствует произведению соответствующих объективов α и β в том смысле, что оно выполняет объектив $\alpha \vee \beta$.

Теорема (20). Для любых двух классов A и B существует класс F , такой, что $A \subseteq F$ и $B \subseteq F$, и для любого класса Y , такого, что $A \subseteq Y$ и $B \subseteq Y$, верно, что $F \subseteq Y$.

Определение суммы классов: класс, описанный в теореме (20), называется *логической суммой классов A и B* , так что $F \Leftrightarrow A \cap B$. Класс $A \cap B$ выполняет логическую сумму объективов α и β .

Теоремы:

$$20.1. (D \subseteq A) \wedge (D \subseteq B) \Leftrightarrow (D \subseteq A \cap B).$$

$$20.2. (A \subseteq D) \wedge (B \subseteq D) \Leftrightarrow (A + B \subseteq D).$$

$$20.3. (A \subseteq B) \Leftrightarrow (A \cap B \Leftrightarrow B).$$

$$20.4. (A \subseteq B) \Leftrightarrow (A + B \Leftrightarrow A).$$

$$20.5. \alpha \vee (\beta \wedge \gamma) \Leftrightarrow (\alpha \vee \beta) \wedge (\alpha \vee \gamma).$$

$$\text{Аксиома (24): } (\alpha \vee \beta) \wedge (\alpha \vee \gamma) \Rightarrow \alpha \vee (\beta \wedge \gamma).$$

$$\text{Закон дистрибутивности (25): } \alpha \vee (\beta \wedge \gamma) \Leftrightarrow (\alpha \vee \beta) \wedge (\alpha \vee \gamma).$$

$$\text{Теорема (26): } A \cap (B \cup D) \Leftrightarrow (A \cap B) \cup (A \cap D).$$

2.3. ВСЕГДА ИСТИННЫЙ И ВСЕГДА ЛОЖНЫЙ ОБЪЕКТИВЫ

Определения.

Обозначим как T объектив, который является следствием любого объектива, так что $\alpha \Rightarrow T$ для любого α . Это значит, что объектив T выполняется при любых условиях, что, например, верно для законов логики или необходимых равенств арифметики. Малли поясняет, что в случае, когда мы сталкиваемся с T , его следование из произвольного α связано не с их собственной связью, а с определением понятия следования. Малли называет объективы такого типа «Нуль-объективами» и обозначает их как « $\tilde{0}$ ». Следуя более привычным обозначениям, и постольку, поскольку это не сказывается на представлении иных аспектов содержания работы Малли, мы используем знак « T ».

Обозначим как F объектив, из которого следует любой объектив, так что $F \Rightarrow \alpha$ для любого α . Это значит, что если объектив F выполняется, то выполняется и всякий другой. Это будет верно, например, для отрицаний законов логики, т. е. для противоречий. Малли называет такой объектив противоречивым и обозначает его как « $\tilde{1}$ ». Мы снова меняем обозначение на противоположное — « F ».

Теоремы:

$$27.1. \alpha \wedge T \Leftrightarrow \alpha.$$

$$27.2. \alpha \vee T \Leftrightarrow T.$$

$$28.1. \alpha \wedge F \Leftrightarrow F.$$

$$28.2. \alpha \vee F \Leftrightarrow \alpha.$$

Легко заметить, что данные выше определения и теоремы еще более сужают поле интерпретации отношения $\Rightarrow$. Объектив Т выполняется при любых условиях и в логическом смысле является следствием любых условий, но он не является следствием любых причин, если понятие причинения будет отличным от понятия логического следования. Ниже мы увидим развитие двойственности, возникающей из-за не вполне проясненной трактовки отношения $\Rightarrow$.

Определения.

Обозначим как U класс, в который входит любой другой класс X , так что $X \subseteq U$. Этот класс есть совокупность предметов, которые выполняют объектив Т. Учитывая, что он выполняется всяким предметом, класс U можно охарактеризовать как универсальный.

Обозначим как $\emptyset$ класс, в который не входит никакой другой класс X . При этом $\emptyset \subseteq X$. Этот класс есть нуль-класс, и он соответствует любому объективу F, т. е. содержит те предметы (а именно, ни одного), которые выполняют этот объектив.

Теоремы:

30.1. Класс U существует, и $X \subseteq U$ для любого X .

30.2. Класс $\emptyset$ существует, и $\emptyset \subseteq X$ для любого X .

30.3. $A \cup U \Leftrightarrow U$.

30.4. $A \cap U \Leftrightarrow A$.

30.5. $A \cup \emptyset \Leftrightarrow A$.

30.6. $A \cap \emptyset \Leftrightarrow \emptyset$.

Аксиома (31). $\neg(T \Rightarrow F)$.

Теорема 31.1. $\neg(U \subseteq \emptyset)$.

Таким образом, можно построить ряд следующих друг из друга объективов:

$F \Rightarrow \dots \Rightarrow \alpha \Rightarrow \beta \Rightarrow \gamma \Rightarrow \dots \Rightarrow T$

и ряд содержащих друг друга множеств

$\emptyset \subseteq \dots \subseteq A \subseteq B \subseteq D \subseteq \dots \subseteq U$.

2.4. ОТРИЦАНИЕ

Аксиомы отрицания (32):

32.1. $\alpha \wedge \neg\alpha \Leftrightarrow F$.

32.2. $\alpha \vee \neg\alpha \Leftrightarrow T$.

Теоремы:

32.3. $\alpha \Leftrightarrow \neg\neg\alpha$.

32.4. $\neg F \Leftrightarrow T$.

32.5. $\neg T \Leftrightarrow F$.

32.6. $(\alpha \Rightarrow \beta) \Leftrightarrow (\neg\alpha \vee \beta \Leftrightarrow T)$.

32.7. $(\alpha \Rightarrow \beta) \Leftrightarrow (\alpha \wedge \neg\beta \Leftrightarrow F)$.

32.8. (*Закон контрапозиции*) $(\alpha \Rightarrow \beta) \Leftrightarrow (\neg\beta \Rightarrow \neg\alpha)$.

32.9. $\neg(\alpha \wedge \beta) \Leftrightarrow \neg\alpha \vee \neg\beta$.

32.10. $\neg(\alpha \vee \beta) \Leftrightarrow \neg\alpha \wedge \neg\beta$.

Для сохранения двойственности между утверждениями об объективах и утверждениями о классах Малли определяет понятие дополнения класса A , которое будем записывать как $\sim A$.

2.5. ДЕТЕРМИНАЦИЯ

Определение детерминации (40): детерминацией класса A объективом β будем называть выделение элементов, выполняющих объектив β из класса A . Результат детерминации будем обозначать как A^β . Примеры детерминаций дают классические определения через род и видовое отличие. Так, если человек (B) — это разумное (α) живое существо (A), то детерминация A^β и есть класс людей — B . Добавление еще одного признака «быть стремящимся к счастью» (объектив β) даст следующее уточнение детерминации: $B = (A^\alpha)^\beta = A^{\alpha/\beta}$. Если объективу β сопоставить класс его точек значимости, то детерминация A^β будет означать пересечение классов A и B .

Теоремы:

40.1. $A^\beta = A \cap B = B \cap A = B^\alpha$, где A и B — области, соответственно α и β .

40.2. $A^\alpha = A \cap A = A$, где A — область α .

40.3. $A^T = A \cap U = A$.

40.4. $A^F = A \cap \emptyset = \emptyset$.

40.5. $\emptyset^\alpha = \emptyset \cap A = \emptyset$, где A — область α .

40.6. $U^\alpha = U \cap A = A$, где A — область α .

Аксиома (41): $(\alpha \Rightarrow \beta) \Leftrightarrow (U^\alpha \subseteq U^\beta)$.

Теоремы. Пусть A и B — области, соответственно, α и β . Тогда:

41.1. $U^{\alpha \wedge \beta} = U^\alpha \cap U^\beta = A \cap B$.

41.2. $U^{\alpha \vee \beta} = U^\alpha \cup U^\beta = A \cup B$.

41.3. $(U^\alpha)^\beta = A^\beta = A \cap B = U^{\alpha \wedge \beta}$.

41.4. $(A \cup B)^\delta = (A \cup B) \cap D = (A \cap D) \cup (B \cap D) \Leftrightarrow A^\delta \cup B^\delta$.

41.5. $(A \cap B)^\delta = A \cap B \cap D = A \cap D \cap B \cap D \Leftrightarrow A^\delta \cap B^\delta$.

Определение. Если $B^\delta = A$, то объектив δ называется определяемым или детерминируемым относительно рода B классом A . Для выражения этого факта используется также запись ${}^B \text{def} A \Leftrightarrow \delta$. Можно считать определение δ определением видообразующего признака, заданного не эллиптически «свойство d », а в полной формулировке пропозиции: «предмет имеет свойство d ».

Здесь предполагается, что в логическом смысле пропозиция первичнее, поскольку статус предмета, свойства или отношения достигаются абстрагированием от пропозиции. Между пропозициями и атрибутами существует двойственность, которую можно обнаружить в двух аспектах. Первый аспект состоит в том, что всякой пропозиции можно сопоставить атрибут — свойство или отношение, приписываемый ее предметным конституэнтам. Одновременно каждому атрибуту можно сопоставить пропозицию, приписывающую предметам те или иные свойства или отношения. При номиналистической установке двойственность содержательно симметрична, т. е. одинаково приемлема в обе стороны. При эссенциалистской установке это не так: некоторые атрибуты признаются

характеризующими сущность или субстанциальными, а некоторые — нет, т. е. акцидентальными. Поэтому движение от атрибутов к пропозициям оправданно всегда, но не всякое абстрагирование от пропозиций дает субстанциальные атрибуты. Например, если утверждается, что «человек — это разумное животное без хвоста», то из получаемых отсюда атрибутов «разумное» и «бесхвостое» один характеризует сущность, а другой — нет. Обратное движение не сопряжено ни с какими затруднениями: обнаружив, что у кого-то нет хвоста, мы легко формулируем пропозицию «некто бесхвост».

Второй аспект двойственности связан с тем, что набор атрибутов, объединенных в пропозиции, претендует на конституирование некоторого объектива, который может оказаться логически противоречивым, в то время как атрибуты вне утверждения их одновременной присущности предметам не могут образовать противоречия. «Круглое» и «квадратное» не составляют противоречия, будучи атрибутами, но «фигура является кругом и квадратом» образует логически невозможную пропозицию. Теория предмета Мейнонга и Малли строится в рамках номиналистической установки, поэтому двойственность пропозиций и атрибутов в первом смысле для нее имеет место. Анализ того, как и почему возникают ситуации, связанные с противоречивой атрибуцией, — это одна из задач теории предмета.

Теоремы.

41.6. ${}^A\text{def}A \Leftrightarrow T$, если $A \neq \emptyset$, а в противоположном случае ${}^A\text{def}A$ не определено. Иными словами, видовой признак, выделяющий A из него же самого — это всегда истинная пропозиция, так что ${}^A\text{def}A$ — неподвижная точка. Всегда ложная пропозиция, напротив, нигде не имеет места, ей соответствует пустое множество предметов, так что оказывается верным ${}^A\text{def}A \Leftrightarrow {}^A\text{def}\sim A \Leftrightarrow F$. Условие непустоты связано с тем, для ${}^A\text{def}B$ пустота A будет означать, что ничто не может быть определено ни по какому признаку.

41.7. ${}^U\text{def}A \Leftrightarrow \alpha$, что можно записывать просто как $\text{def}A \Leftrightarrow \alpha$.

41.8. ${}^A\text{def}\emptyset \Leftrightarrow F \Leftrightarrow \text{def}\emptyset$, при условии, что $A \neq \emptyset$.

41.9. ${}^A\text{def}(A^\beta) \Leftrightarrow {}^A\text{def}(A \cap B) \Leftrightarrow \beta \Leftrightarrow \text{def}B$, при условии, что $A \neq \emptyset$.

41.10. $\text{def}(A \cap B) \Leftrightarrow \text{def}(U^A \cap U^B) \Leftrightarrow \text{def}(U^{A \wedge B}) \Leftrightarrow \alpha \wedge \beta \Leftrightarrow \text{def}A \wedge \text{def}B$.

41.11. $\text{def}(A \cup B) \Leftrightarrow \text{def}(U^A \cup U^B) \Leftrightarrow \text{def}(U^{A \vee B}) \Leftrightarrow \alpha \vee \beta \Leftrightarrow \text{def}A \vee \text{def}B$.

2.5. ЗАВИСИМОСТЬ, СОВМЕСТИМОСТЬ И ИХ ОТРИЦАНИЯ

Определения.

Если $\alpha \Rightarrow \beta$, то будем говорить, что β *зависимо* от α .

Если для α и β верно, что $\neg(\alpha \Rightarrow \beta)$ и $\neg(\beta \Rightarrow \alpha)$, то будем говорить, что α и β *независимы* друг от друга.

Если верно, что $\neg(\alpha \Rightarrow \neg\beta)$, то будем говорить, что α и β *совместимы* друг с другом, а в противоположном случае, — что они *несовместимы*.

2.6. ОБЪЕКТИВЫ БЫТИЯ И МОДАЛЬНОСТЕЙ

Понятие детерминации может быть применено не только к классам, но и к объективам: запись $\beta(\alpha)$ читается как « α , выполняющий β » или, как мы будем говорить

далее, « β объектив α ». Тот факт, что объектив α выполняет объектив β , не означает, что это относится к предметам, выполняющим объектив α . Речь идет именно о самом объективе. Это определение позволяет ввести следующую аксиому:

Аксиома бытия (52). $\alpha \Leftrightarrow \alpha^S$, где S — объектив «быть».

Аксиома может быть прочитана так: «то, что α имеет место эквивалентно тому, что α бытийствует» или «если имеет место α , то имеет место бытие α ». В обоих случаях верно и обратное.

Определения.

Всякий объектив, совместимый с α , называется *возможным* относительно α . Возможность будет обозначаться как $\Box$.

Всякий объектив, не совместимый с α , называется *невозможным* относительно α .

Всякий объектив, являющийся следствием объектива α , называется *необходимым* относительно α . Необходимость будет обозначаться как $\Box$.

Всякий объектив, не являющийся следствием объектива α , называется *не необходимым* или *случайным* относительно α .

Теоремы.

51.1. $S\alpha \Rightarrow \alpha$ для любого α .

51.2. $S \Rightarrow \Box$.

51.3. $\neg \Rightarrow \neg S$.

51.4. $\Box \Rightarrow S$.

51.5. $\neg S \Rightarrow \neg \Box$.

51.6. $\neg \Leftrightarrow \Box(\neg S)$.

51.7. $\neg \Box \Leftrightarrow (\neg S)$.

51.8. $S \vee \neg S \Leftrightarrow T$.

Если обозначить символом $>$ отношение объективов «богаче по содержанию», то выстраиваются следующие последовательности объективов:

$\Box > S > \neg \Box > T$

и $\neg > \neg S > \neg \Box > T$.

2.7. КЛАССЫ СЛЕДСТВИЙ ОБЪЕКТИВОВ

Определения (61). P — множество всех объективов (пропозиций)².

$[a]$ — множество всех следствий объектива a .

$P^{[a]}$ — множество всех объективов, которые не являются следствиями объектива a , — не-следствия a .

Пусть $\Gamma, \Delta, A, \Sigma \dots$ — произвольные классы объективов.

Теоремы.

61.1. $(\alpha \Rightarrow \beta) \Leftrightarrow ([\beta] \subseteq [a])$.

61.2. $[a] \cap [\beta] = [a \vee \beta]$.

61.3. $[a] \cup [\beta] \subseteq [a \wedge \beta]$.

² У Малли этот символ не используется, мы вводим его для упрощения нотации.

В теореме 61.3 нет знака равенства, но лишь включения. С одной стороны, это очевидно, поскольку $\alpha \wedge \beta \in [\alpha \wedge \beta]$, но в общем случае $\alpha \wedge \beta \notin [\alpha]$ и $\alpha \wedge \beta \notin [\beta]$. Ясно также, что если $\alpha_1, \dots$ — следствия α , а $\beta_1, \dots$ — следствия β , то $[\alpha_1 \wedge \alpha_2 \wedge \dots \wedge \beta_1 \wedge \beta_2 \wedge \dots] = [\alpha \wedge \beta]$. Как было установлено в работе [Микиртумов 2012], это значит, что принимается принцип нижней грани, согласно которому всегда верно положение: если $(\alpha \wedge \beta) \Rightarrow \gamma$, $\neg(\alpha \Rightarrow \gamma)$ и $\neg(\beta \Rightarrow \gamma)$, то $(\alpha \wedge \beta) \Leftrightarrow \gamma$.

Существуют ли более слабые объективы, которые следуют из $\alpha \wedge \beta$, но не являются сводимыми ни к α , ни к β ? Малли не дает явного ответа на этот вопрос, но если он положительный, то характер причинности, лежащий в основании интерпретации $\Rightarrow$, выходит здесь за границы логического следования и отсылает к какой-либо физической или психологической модели причинности, когда к следствиям $\alpha \wedge \beta$ как следствиям соединения объективов, присоединяются дополнительные следствия, порожденные теми или иными модификациями знания, вызванными появлением $\alpha \wedge \beta$ и, возможно, его оценкой субъектом. Для интерпретации такого отношения следования требуются семантические инструменты теории возможных миров. Эти моменты построения Малли позволяют судить об отношении зависимости как о своеобразной системе релевантной импликации, отличающейся от понятия строгой импликации Кларенса Льюиса [Lewis 1918], но в целом оказывающейся в том же проблемном поле. Первоначальная же интерпретация отношения следования основана на представлении о полноте информации, содержащейся в одном объективе по отношению к другому, что дает прямой выход на соответствующие интерпретации релевантных логик.

Здесь становится видно, что хотя семантика Малли предполагает реципрокные — двойственные отношения между объективами и множествами предметов, реципрокность эта оказывается не доведенной до конца. В частности, с появлением понятия множества следствий объектива она частично теряется, что и вызывает описанные выше затруднения с обращением теоремы (61.3). Легко можно увидеть, что привычные для логики и оснований математики рассуждения о связи значений выражений с классами предметов и множеств предметов здесь имеют ту существенную особенность, что начало анализа полагается не в понятии, а в суждении, которое сразу берется в своей интенциональной характеристике, т. е. как выражающее положение дел, факт или пропозицию.

Определения.

64.1. *Определение родственности по следствиям — подобия.* Если $[\gamma] \subseteq [\alpha]$, $[\gamma] \subseteq [\beta]$, $[T] \subset [\gamma]$, или же если $\Gamma \subseteq P^{[\alpha]}$, $\Gamma \subseteq P^{[\beta]}$, $[T] \subset \Gamma$, или имеют место оба соотношения, то объективы α и β называются *родственными по следствиям* или *подобными*, причем если имеет место только второе соотношение, то они родственны в более широком смысле (по не-следствиям), а если имеет место первое соотношение или оба соотношения, то в более узком смысле. Ограничение $[T] \subset [\gamma]$ принимается Малли с тем, чтобы сделать γ нетривиальным объективом. Поскольку для любого δ верно, что $[T] \subset [\delta]$, родственность α и β на основе пересечения областей их следствий по области $[T]$ универсальна, в таком случае все объективы родственны друг другу. Ограничение позволяет указывать родственность только при совпадении нетривиальных следствий.

Если, кроме того, для любого $[\delta]$, такого, что $[\delta] \subseteq [\alpha]$ и $[\delta] \subseteq [\beta]$, верно, что $[\delta] \subseteq [\gamma]$, и при этом для любого Δ , такого, что $\Delta \subseteq P^{-[\alpha]}$ и $\Delta \subseteq P^{-[\beta]}$, верно, что $\Delta \subseteq \Gamma$, то α и β называются *родственными по следствиям или подобными по набору следствий* $[\gamma]$, соответственно *благодаря общему классу не-следствий* Γ , соответственно *благодаря обоим*. Можно видеть, что $[\gamma] = [\alpha] \cap [\beta]$, а $\Gamma = P^{-[\alpha]} \cap P^{-[\beta]}$.

64.2. Совокупность $[\gamma] \cup P^{-[\alpha]} \cap P^{-[\beta]}$ называется *совместными следствиями α и β* : $Gc(\alpha, \beta) = ([\alpha] \cap [\beta]) \cup (P^{-[\alpha]} \cap P^{-[\beta]})$.

Понятие совместного следствия вводится Малли как инструмент оценки релевантности следования. Если совокупные следствия двух объективов составляют P , то такие объективы идентичны, если же эта совокупность равна у них $\emptyset$, то они абсолютно различны. При этом $Gc(\alpha, \beta)$ характеризует условия, при которых оказывается выполненным объектив вида $\alpha \Rightarrow \beta$. Условие это задается совокупностями объективов, а не предметов, т. е., будучи условием логического следования, не редуцирует условия истинности к условиям семантическим.

64.3. *Определения различия по следствиям*. Если $\Gamma \subseteq [\alpha]$, $\Gamma \subseteq P^{-[\beta]}$ или $\Delta \subseteq P^{-[\alpha]}$, $\Delta \subseteq [\beta]$, или верно и первое и второе, то α и β называются *различными по следствиям* или просто *различными*. Если, кроме того, для любого Δ такого, что $\Delta \subseteq [\alpha]$ и $\Delta \subseteq P^{-[\beta]}$, верно, что $\Delta \subseteq \Gamma$, то если для любого Σ такого, что $\Sigma \subseteq P^{-[\alpha]}$ и $\Sigma \subseteq [\beta]$, верно $\Sigma \subseteq \Delta$, то α и β называются *различными по следствиям по Γ* , соответственно *по Δ* , соответственно *по Γ и Δ* , т. е. по сумме $\Gamma \cup \Delta$. Можно видеть, что в этом случае $\Gamma = [\alpha] \cap P^{-[\beta]}$, а $\Delta = P^{-[\alpha]} \cap [\beta]$.

64.4. Совокупность различающихся следствий α и β обозначим как $Uc(\alpha, \beta)$: $Uc(\alpha, \beta) = ([\alpha] \cap P^{-[\beta]}) \cup (P^{-[\alpha]} \cap [\beta])$.

66. $Gc(\alpha, \beta) = P - Uc(\alpha, \beta)$.

Если $[\alpha] \subseteq [\beta]$ и $[\beta] \subseteq [\alpha]$, то α и β называются «имеющими равные следствия» или просто *равными*: $\alpha = \beta$. Вопрос о тождестве пропозиций, выраженных утверждениями $\alpha = \beta$ и $\alpha \Leftrightarrow \beta$, требует отдельного рассмотрения. Если оценивать объективы по совокупностям их следствий, то очевидно, что из $\alpha = \beta$ будет следовать $\alpha \Leftrightarrow \beta$. Кроме того, верна теорема:

67. $[\alpha] = [\beta] \Leftrightarrow (\alpha \Leftrightarrow \beta)$.

Но нельзя еще утверждать, что из $\alpha \Leftrightarrow \beta$ следует $\alpha = \beta$. Могут ли быть нетождественными объективы, имеющие одни и те же следствия и обуславливающие друг друга? Этот вопрос относится уже к сфере интенциональной логики, и Малли отвечает на него, опираясь на содержательную посылку, согласно которой тавтологии логики, будучи эквивалентными, не выражают один и тот же объектив.

Доказываются теоремы:

67.1. $(\alpha \Leftrightarrow \beta) \Rightarrow Gc(\alpha, \beta) = Gc(\alpha, \alpha) = [\alpha] \cup P^{-[\alpha]} = P$.

67.2. $(\alpha \Leftrightarrow \beta) \Rightarrow Uc(\alpha, \beta) = Uc(\alpha, \alpha) = ([\alpha] \cap P^{-[\alpha]}) \cup ([\alpha] \cap P^{-[\alpha]}) = [T]$,

а из теорем 66 и 67.1 следует, что $[T] = \emptyset$. При каких условиях из всегда верного объектива не следует ничего?

Для установления адекватности системы Малли классической логике, коль скоро речь идет о классической теории классов как о семантическом основании, следует выяснить, действительно ли отношение «обуславливать» или «причинять», интерпрети-

рующее $\Rightarrow$, соответствует отношению логического следования в классической логике высказываний. Это тем более важно, что Малли определяет совокупность следствий объектива α как множество таких объективов β , для которых верно $\alpha \Rightarrow \beta$, т. е. характеризует совокупность следствий в терминах теории вывода.

Здесь мы сталкиваемся с трудностями не формального, а содержательного характера, а именно с тем, что Малли определяет $Gc(\alpha, \beta)$ с помощью понятия родственности по следствиям, в котором, как мы видели выше, $[T]$ исключается из совокупности следствий любого объектива ради достижения большей релевантности. Вследствие этого при определении $Gc(\alpha, \beta)$ принимается, что $[T] = \emptyset$ [Mally 1912: 8, 26, определение 68]. Обосновывая это равенство, Малли дает ряд содержательных пояснений. Всегда истинный объектив с его точки зрения есть пограничный случай детерминации так-бытия предмета, который не несет в себе полезного содержания и оказывается поэтому «пустым». Это касается законов логики, т. е. суждений общего характера. Для конкретных истинных определенных объективов, например $2 + 3 = 5$, Малли использует термин «случай», подразумевая частный случай, при котором неопределенный объектив структуры $x + y = z$ оказывается истинным. В случае объектива «быть красным или не быть красным» мы имеем определенный объектив и факт, хотя объектив «быть красным» сам по себе не является определенным. Пустота объектива «быть красным или не быть красным» есть следствие того, что его выполняют все предметы, т. е. не происходит детерминации особого класса предметов. Это делает законы логики (тавтологии) неинформативными в предметно-теоретическом смысле, хотя они и остаются элементом мыслительных процессов [Mally 1912: 8, 12, 69–70].

Обратим внимание на то обстоятельство, что следствием из теорем 66 и 67.2 равенство $[T] = \emptyset$ становится уже независимо от гипотез, принимаемых при определении $Gc(\alpha, \beta)$. Иными словами, $[T] = \emptyset$ есть теорема, вытекающая из определения $Gc(\alpha, \beta)$. Получается, что введенное в определение родственности по следствиям ограничение, имеющее целью обеспечить релевантность следования, распространилось на всю систему и на ее центральное логическое отношение «обуславливать». Это нарушает адекватность построения Малли логике высказываний. Из частного случая аксиомы 2 вида $T \Rightarrow T$ следует $[T] \subseteq [T]$, т. е. все законы логики следуют друг из друга, поэтому, хотя из их совокупности не следует ничего иного, кроме нее самой, утверждать пустоту следствий из T невозможно. Чтобы стало верным равенство $[T] = \emptyset$, необходимо иначе определить понятие совокупности следствий объектива α , а именно представить его, по меньшей мере, как совокупность следствий из α , отличных от T , т. е. в каком-то смысле нетривиальных следствий. Уточняя понимание нетривиальности, мы столкнемся с логически эквивалентными объективами, а также с теми, которые лишь обуславливаются α . Значит, стремясь к нетривиальности, в новом определении совокупности следствий α следует оставить именно более слабые, неэквивалентные ему следствия. В этом случае действительно следствия T окажутся пустым множеством.

Насколько оправданно ограничение, вводимое Малли? Для ответа на этот вопрос сопоставим классическое понимание следования, для которого $[T] = T$, его «релеван-

тизированный» вариант, который будет радикальнее варианта Малли, и сам вариант Малли, где $[T] = \emptyset$.

Определения Малли при классическом понимании следования должны быть модифицированы, что приводит к следующему перечню определений и теорем:

68. Если $[\alpha] \cap [\beta] = [T]$ и $(P^{-[\alpha]} \cap P^{-[\beta]}) = \emptyset$, то α и β чужды по следствиям.

68.0. Если α и β чужды по следствиям, то $[\alpha] \cup [\beta] = P$ и $(P^{-[\alpha]} \cup P^{-[\beta]}) = P$, иными словами, чуждые по следствия объективы разбивают $P - [T]$ на два класса.

68.1. Если α и β чужды по следствиям, то

$$Gc(\alpha, \beta) = ([\alpha] \cap [\beta]) \cup (P^{-[\alpha]} \cap P^{-[\beta]}) = [T] \cap \emptyset = \emptyset,$$

$$Uc(\alpha, \beta) = ([\alpha] \cap P^{-[\beta]}) \cup ([\beta] \cap P^{-[\alpha]}) = [F] = P.$$

$$68.2. Gc(\alpha, \beta) \Leftrightarrow \neg Uc(\alpha, \beta).$$

$$68.3. Gc(T, F) = ([T] \cap [F]) \cup (P^{-[T]} \cap P^{-[F]}) = [T] \cup N.$$

$$68.4. Uc(T, F) = ([T] \cap P^{-[T]}) \cup ([F] \cap P^{-[F]}) = \emptyset.$$

$$68.5. Gc(\alpha, \neg\alpha) = ([\alpha] \cap [\neg\alpha]) \cup (P^{-[\alpha]} \cap P^{-[\neg\alpha]}) = [T] \cap \emptyset = \emptyset.$$

$$68.6. (\alpha \Rightarrow \beta) \Leftrightarrow Gc(\alpha, \beta) = [\beta] \cup P^{-[\alpha]}.$$

В этих теоремах используется классическая семантика следования, так что теорема 68.6 дает семантические условия материальной импликации.

68.7. $(\alpha \Rightarrow \beta) \Leftrightarrow Uc(\alpha, \beta) = [\alpha] \cap P^{-[\beta]}$ — условие ложности импликации.

68.8. Независимость α и β есть их различие по следствиям, за исключением следствий, эквивалентных T . В самом деле, если неверно, что $\alpha \rightarrow \beta$ и неверно, что $\beta \rightarrow \alpha$, то $[\beta] \not\subseteq [\alpha]$ и $[\alpha] \not\subseteq [\beta]$. Тогда $Uc(\alpha, \beta) = ([\alpha] \cap P^{-[\beta]}) \cup (P^{-[\alpha]} \cap [\beta]) = n \cup m$, такие, что $\alpha \in n$, $\beta \in m$. Верно и обратное.

При любой последовательной интерпретации системы Малли следует иметь в виду возможность по меньшей мере двух интерпретаций понятия следования. В тех случаях, когда будет подразумеваться, что $[T] = \emptyset$, формулировки Малли должны специально адаптироваться к стандартной семантике пропозициональной логики. Адекватным путем для этого может служить превращение релевантизация понятия следования, т. е. его соотнесение с реляционными структурами. То, что это будет адекватно замыслам, подтверждается важностью для него теоремы 68.10: невозможность $\neg\Diamond$ составляет по отношению к бытию различие по следствиям, поскольку из невозможного следует отрицание бытийствующего, а из бытийствующего — отрицание невозможного.

2.8. ОТНОШЕНИЯ И СОЕДИНЕНИЯ ВЕЩЕЙ И СОБЫТИЙ.

Частность, индивидуальность и определенность

Аксиома *М*. Схватывая объектив α , тем самым (1) подразумевают один или несколько случаев α , (2) подразумевают отдельную вещь J^α из класса A или несколько таких вещей.

(Негативная) аксиома неопределенной индивидуальности или частности J_1 . $J^\alpha \subseteq J^\alpha$ не всегда верна. Связано это с тем, что J^α обозначает произвольный индивид, выполняющий α , так что, взяв J^α дважды, мы можем взять разные индивиды. J^α нельзя поэтому рассматривать как класс, это неопределенная дескрипция, аналогичная ε -терму.

(Позитивная) аксиома индивидуальности J_2 :

$(i \neq \emptyset) \text{ и } (x \neq \emptyset) \wedge (x \subseteq i) \Rightarrow (x = i)$.

Малли поясняет, что каждый индивид i в каждом отношении определен: для любого α он либо выполняет его, либо выполняет $\neg\alpha$, для каждого класса A либо $i \in A$, либо $i \notin A$ и тогда $i \in U - A$:

73.1. $(A \cap i = \emptyset) \vee (A \cap i \neq \emptyset) \Leftrightarrow T$.

73.2. $(A \cap i \neq \emptyset) \wedge (A \cap i \subseteq i) \Rightarrow (A \cap i) = i$.

Двойственный закон для объективов. Пусть ι — отдельный случай:

73.3. $\iota \neq F, \delta \neq F \wedge (\delta \Rightarrow \iota) \Rightarrow (\delta \Leftrightarrow \iota)$ —

этот закон говорит, что отдельный случай, будучи следствием некоторой причины, сам ей эквивалентен — сохраняет ее в себе, существуя как объектив. Поэтому и вещь полностью определяется одним случаем своего существования.

Определение. Определенным называется объектив α , доля которого имеет место, что либо $\alpha \Leftrightarrow T$, либо $\alpha \Leftrightarrow F$.

Для определенного объектива α имеет место:

74.1. $[\alpha] \cap [\neg\alpha] = [T]$.

74.2. $[\alpha] \cap [\neg\alpha] = P = [F]$.

74.3. $[\neg\alpha] = P - [\alpha]$.

Определенными объективами Малли называет те, которые выражены всегда истинными суждениями, например $2 + 2 = 4$. Неопределенные объективы схватываются посредством предположений: « x — число, делимое на 3», « $x + y = 5$ », «быть красным», «зависимость» и т. д. Всегда существуют объективы, которые не следуют из неопределенного α и не следуют из $\neg\alpha$.

Аксиома U. Полагая некоторый объектив α неточно или в неточном смысле, полагают также и неопределяемый ближе объектив α' — следствие α . Тем самым полагаются и соответствующий род. Малли поясняет, что в неточном или приблизительном смысле употребляются, например, неопределенные кванторы — «некоторые предметы», или такие характеристики, как «белый», применительно к листу бумаги, или указание на приблизительно количество «около половины», или «форма шара» о форме Земли. Нигде нельзя указать вполне определенного понятия и класса, но что-то подобное понятию и классу, под которые подпадает то, на что мы нацелены.

Утверждение следствия γ некоторого объектива α — это имплицитное и неточное утверждение и самого объектива α , а также утверждение объектива фактического существования α .

Утверждая α , утверждают имплицитно и любое его следствие γ . Утверждая же γ , утверждают имплицитно любую из его причин β . Поэтому, утверждая α , утверждают имплицитно и возможность любого родственного с ним по следствиям объектива β . Так, по сути дела, происходит процесс вероятностного умозаключения.

Отношение подобия двух вещей возникает тогда, когда от J^α и родственного по следствиям с α объективу β мы переходим к J^β . Здесь две вещи уподобляются через их общие неточно мыслимые следствия. Например, когда говорят, что один цветовой тон подобен другому, имеется в виду, что, если J^α — вещь одного из этих тонов, а J^β —

другого, то если существует некоторое общее следствие γ объективов α и β , такое, что относительно него J^α и J^β равны. Например, два тона красного могут быть одинаково приемлемы для того, чтобы использоваться для рисования красного яблока.

В целом работа Малли с индивидуными объектами заслуживает более пристального внимания. Его понимание индивида, по-видимому, не оказало влияния на развитие современной философской логики, но оно очевидно созвучно с номиналистической трактовкой индивида как куста свойств. В соединении же с понятиями об общих точно или неточно мыслимых следствиях эта концепция приобретает новые оригинальные черты.

2.9. РАВЕНСТВО, ПОДОБИЕ И РАЗЛИЧИЕ

Определяющая аксиома равенства (75). Индивиды, имеющие одно и то же обусловливание α , являются равными в отношении α : $J^\alpha = I^\alpha$. Равные индивиды принадлежат к одному и тому же классу A . Объективы, имеющие одинаковые следствия, схватываются как «вещи» одного вида, если они одинаково названы. Это имеет место для J^α и I^α , а также, если $\alpha = \beta$, для J^α и J^β .

Определяющая аксиома подобия (76). Если α и β родственны по следствиям, то J^α и J^β подобны благодаря совокупности следствий и не-следствий α и β , т. е. $(Gc(\alpha, \beta))$.

Теоремы.

Предметы подобны как вещи видов одного рода, если определяющие их объективы родственны по следствиям в узком смысле, т. е. когда $\alpha \vee \beta \Leftrightarrow \delta$ определяет класс $D = A \cup B$. Они подобны, но не принадлежат к одному роду, если α и β родственны только по не-следствиям.

J^T и J^F неподобны. Но это же обстоятельство показывает, что есть две вещи (произвольная вещь и ничто), которые родственны только потому, что они вещи. Малли никак не поясняет здесь этот новый статус вещи, сопряженный с объективом «быть вещью».

J^α и $J^{\neg\alpha}$ ведут себя так же, если α — определенный объектив. Перед нами тогда возможный и невозможный предметы.

Если α — неопределенный объектив, то α и $\neg\alpha$ лишь чужды по следствиям в широком смысле — у них нет общих следствий, но есть общие не-следствия. Они ведут себя как подпротивоположные объективы. Между A , отличным от U и от $\emptyset$ и $\neg A$, есть подобие, заключающееся в том, что существуют условия, которые они оба не выполняют.

Определяющая аксиома различия (77). J^α и J^β различны, если α и β различны по следствиям.

Здесь хорошо видно, что формируемая формальная система Малли в основной своей части соответствует классической логике и элементарной теории классов. Но влияние теории предмета Мейнонга сказывается в появлении очень специфической идеи, уже встречавшейся выше. Речь идет о возможности мыслить объективы неясно или неточно. В разделе, посвященном равенству и подобию, Малли приводит пример, дающий некоторый материал для понимания этих понятий. Так, тот факт, что между 1 и 100 существуют простые числа, можно сначала установить приблизительно-

но, а затем уже предъявить все множество таких чисел для установления истинности конкретного суждения об их количестве. Точно так же можно задать точное отношение, которое будет соответствовать как подобное некоторому неточному, которое этим точным будет до известной степени логически оправдываемо. Это имеет место между неточным положением как возможным и точным установлением его возможности расчетом вероятности [Mally 1912: 33]. Это интересное рассуждение Малли предполагает некоторую эпистемологическую схему.

2.10. МНОЖЕСТВА

Аксиома прозрачности (78). Если A — множество, то существуют отличные от A множества такой же мощности. Они имеют один и тот же определяющий объектив ${}^U\text{def} A$, указывающий на A как на вид, но содержат различные вещи.

Множества прозрачны в отличие от непрозрачных классов: если класс A определен объективом α , то всякий иной класс, определенный α , будет содержать те же вещи, что и A . Для множеств это не имеет места. Не всегда верно, что $A = B$, даже если ${}^U\text{def} A = {}^U\text{def} B$. Множества A и B — это «вещи» одного и то же вида, чего мало для равенства и тождества. Для множеств одинаковой мощности A и B верен закон J_1 , т. е. не всегда верно, что это одно и то же множество.

Множества с равными определяющими объективами равны: если $A = B$, то ${}^U\text{def} A = {}^U\text{def} B$.

Множества A и B , для которых выполняется $A \subseteq B$ и $B \subseteq A$, являются тождественными.

Определения отношений $<$ и $>$ вводятся через отношение $\subseteq$:

$A < B$ тогда и только тогда, когда $A \subseteq B$ и $B \not\subseteq A$.

2.11. СОЕДИНЕНИЕ ВЕЩЕЙ И СОБЫТИЙ

Определения. 1 есть некоторая вещь, принадлежащая U . По J_1 не является всегда верным $1 \leftrightarrow 1$, но $1 = 1$.

Если 1 — вещь, то $A \subseteq A \cup 1$, $1 \subseteq A \cup 1$.

Аксиома (84). Если 1 — вещь, A — множество вещей, то $A \cup 1 \not\subseteq A$, т. е. $A \cup 1 > A$. Всегда верно $A \cup B > A$. Малли поясняет, что «арифметическое» прибавление вещи ко множеству означает, что эта вещь к нему до того не принадлежала.

Не давая более подробного пояснения того, чем «арифметическая» сумма отличается от теоретико-множественной, Малли переходит от множеств к числам. Так, $1' + 1''$ Малли определяет как 2. При этом чистым числом он называет «абстрактного представителя всех множеств, характеризуемых одной и той же степенью множественности» [Mally 1912: 34].

Очевидно, что предлагаемый Малли переход не так прост. В частности, сумма множеств, которая для множеств определялась как теоретико-множественное объединение, теперь начинает использоваться как операция конкатенации — сложения. Малли не использует иного знака и не дифференцирует порядок использования знака

суммы для применения в различных случаях. Недоразумения возникают немедленно, если вспомнить, что согласно аксиоме 2 имеет место $\alpha \Rightarrow \alpha$, а согласно принципу реципрокности (**R**) имеет место $(\alpha \Rightarrow \beta \Leftrightarrow A \subseteq B)$, где A и B — классы предметов, выполняющих α и β соответственно. Отсюда следует $A \subseteq A$ для любого A , так что $U \subseteq U$. Но тогда либо «арифметическое» прибавление к U невозможно, либо должна появиться упорядоченная отношением $>$ последовательность бесконечных множеств, основной характеристикой которых будет «количество» в них элементов. Здесь мы сталкиваемся с известными теоретико-множественными проблемами.

Аксиома (85). Если α_i и β_i — индивидуальные случаи α и β , а $\alpha_i \wedge \beta_i$ — их сумма, то никакое следствие одного слагаемого не содержится в другом. Верно, в частности:

85.1. $\alpha_i \wedge \beta_i > \alpha_i$ и также $\alpha_i \wedge \beta_i > \beta_i$.

Здесь логическую сумму Малли использует как «арифметическую».

Определение. Если A и B — совокупности, и $defA$ ($defB$) означает конкретный случай количественного объектива $defA$ ($defB$), то $A^{defB} = A \times B$ — арифметическое произведение A и B , означающее такое множество «вещей» A (являющихся здесь множествами), которые выполняют определяющий объектив множества B .

Малли поясняет, что «арифметически детерминат» A^{defB} отличается от логического тем, что выполняет аксиому 85. Вместо абстрактных представителей вещей — их классов, здесь в качестве детерминанда (A) появляется множество вещей, абстракт «вещь A » или «множество вещей A ». Детерминатором становится $defB$ — частный случай количественного объектива $defB$, из которого никакой случай следствия не включен в $defA$ (которое выполняется вещами A).

Значением 1^{defA} является $1 \times A$, т. е. A .

86.1. $A \times B = A^{defB} = (1^{defA})^{defB} = 1^{defA \wedge defB}$.

Малли поясняет, что в случае $1^{def3 \wedge def2}$ объектив «двойной по числу» не подразумевается в объективе «тройной по числу», но соотносится с результатом детерминации 1 объективом «тройной», т. е. удваивается результат утроения 1, поэтому в итоге мы получаем шесть единиц. Полученное множество «шесть» удовлетворяет обоим объективам, так как может быть представлено и как «двойка», и как «тройка» [Mally 1912: 35].

Малли утверждает, что для арифметических сложения и умножения действуют те же законы, что и для соответствующих логических функций. Для используемых термов действуют законы J_1 и J_2 , если только в них не встречаются отрицания.

3. Заключение

На этом мы закончим представление основных положений логической системы Малли, изложенной им в работе «Предметно-теоретические основания логики и логикистики». Как уже говорилось выше, мы оставили в стороне теорию неточных понятий, теорию измерений и теорию вероятностей, которые также находят свое место в этом построении.

Исходя из всего сказанного, попытаемся сделать выводы относительно того, насколько построение Малли как формальная система адекватна всему многообразию

логических отношений, простирающемся от логики пропозиций (объективов) до теории множеств и арифметических операций.

Объективы Мейнонга и Малли удовлетворяют основным свойствам пропозиций, когда последние рассматриваются как основные элементы пропозициональной логики. Заметим, что хотя обычно пропозициональную логику интерпретируют как логику высказываний, ее изначальная трактовка как логики пропозиций не утрачивает своей значимости. В семантическом отношении это соответствует тому, что не существует ограничений на присвоение значений пропозициональным (высказывательным) переменным. Всякое такое присвоение возможно, и тем самым признается, что пропозициональные переменные не зависят друг от друга.

Малли характеризует семантику логики объективов с помощью принципа двойственности (реципрокности), поэтому, хотя и не всегда понятно, что стоит за объективами, их соответствие классам предметов всегда должно предполагаться. Поэтому разделы, предшествующие понятию детерминации, дают нам, с одной стороны, привычную логику высказываний, а с другой стороны — стандартный набор отношений классов.

Детерминацию следует рассматривать как расширение семантической связи между объективом, выступающим в роли атрибута входящих в класс предметов, и классом. Анализ понятия детерминации как инструмента построения определений показал, что теория предмета Мейнонга и Малли строится в рамках номиналистической установки, поэтому двойственность пропозиций и атрибутов в ней имеет тотальный характер. При общей установке Мейнонга и Малли на предпочтение логического статуса предмета перед онтологическим оказывается важным иметь возможность строить произвольные номинальные конструкции, онтологический статус которых выясняется независимо от логического.

Анализ объективов бытия и модальности показывает, что существование рассматривается как эквивалент тетиического акта, полагающего объектив α . Это значит, например, что полагание противоречивого объектива эквивалентно его бытию, что невозможно, откуда следует, что полагание противоречивого не есть полагание элементарного объектива, но всегда сложного. Это делает все элементарные объективы возможными атрибутами и обеспечивает возможность построения произвольных детерминаций.

Говоря о модальностях у Малли, нельзя не заметить, что их семантика предполагает отношения зависимости, т. е. следования, совместимости и несовместимости объективов. Хотя Малли не уделяет модальностям большого внимания, сформулированные им принципы можно свести к модальной логике S5, а предполагаемую семантику — к стандартной реляционной интерпретации этой системы.

Понятие о совокупности зависимых объективов или совокупности следствий оказывается у Малли весьма интересным и нестандартным. Как указывалось выше, для таких объективов как T и F понятие о совокупности их следствий трактуется Малли неоднозначно. Это касается в первую очередь интерпретации самого отношения зависимости, для которого в одних случаях выполняется принцип нижней грани, а в других — нет. Кроме того, не прояснена до конца и трактовка следствий из тавтологии — [T]. Как мы видели выше, Малли в ряде случаев считает множество [T]

пустым, видимо, предполагая, что из Т ничего не следует, кроме эквивалентных ему объективов, и в силу этого обстоятельства его когнитивная значимость пуста. Приняв такое понимание [Т], мы, как это было показано выше, сохраняем почти все прочие свойства отношений, связанных с понятием набора следствий. Одновременно устраняется и то, что принято называть «парадоксами» материальной импликации. Тем самым мы получаем еще одно указание на релевантное следование как на наиболее вероятную интерпретацию отношения имплицирования $\Rightarrow$.

Понятия о совокупных следствиях и различиях позволяют Малли охарактеризовать ряд привычных отношений объективов — противоположности, противоречия и совместимости (подпротивоположности), сохраняя общую идею построения системы на основе двойственности с теоретико-множественными конструктами. Здесь фактически воспроизведены отношения традиционной логики. Особое место занимает в этом анализе понятие индивида, определение которого имеет и негативную характеристику — индивид не является классом, для него не выполняются некоторые необходимые для класса условия. Использование детерминаций позволяет единообразно с классами указывать свойства индивидов.

Теория классов отражает обычные представления, лежащие в основании интерпретации традиционной логики понятий. Но этого нельзя сказать о понятии множества. Оно вводится у Малли как абстрактные или переменные классы. Вообще, у Малли нет ясности с использованием переменных, что часто делает изложение двусмысленным. Множества оказываются наборами объектов, определенными количественными объективами, т. е. количественная характеристика есть единственная характеристика множества. Это делает именно множественность, понятую буквально, основной характеристикой множества. Здесь имеются прямые отсылки к Г. Кантору и можно увидеть много параллелей с «Основаниями арифметики» Фреге.

Наконец, соединение вещей и событий — это попытка Малли адаптировать формальное понятие индивида к понятию множества. Здесь же вводятся арифметические операции над индивидами, которые оказываются трудноразличимыми с теоретико-множественными. Пожалуй, это наименее удачная часть построения Малли, поскольку прямое определение числа из понятия о множестве связано с известными теоретико-множественными проблемами и не приводит к хорошим результатам. Еще менее понятной является индивидуализация объективов как таковых, называемая у Малли «частными случаями» объективов. Понятно, что свести объектив к отдельному факту, минуя эмпирический компонент, невозможно — нет никаких средств для экзemplификации факта, если он мыслится абстрактно. Уверенность Малли в том, что именно так и следует делать, отражает общую мейнонгианскую логицистскую установку, воспринятую, правда, не в виде ограниченного лейбницеанства, как это было у Фреге, а через теорию интенциональности и представления о формальной онтологии, выработанные в школе Brentano. Это подтверждается также и попыткой формально выразить равенство индивидов как неразличимость в некотором отношении, т. е. в детерминированности объективом. Как неоднократно указывалось критиками лейбницеанства, начиная с Канта различие в формальном отношении, т. е. по наличию

или отсутствию признака, не составляет собственно различия индивидов, которое может иметь чисто эмпирический характер. Не сможет помочь подходу Малли и система метрик индивидов или их маркирования. Задав специфическое свойство, которое может принадлежать не более чем одному индивиду, т. е. будет играть роль его метрики или маркера, мы получим систему гарантированной идентификации, но снова с точностью до различия указанных метрик.

Подводя общий итог, отметим следующее. Во-первых, логическая система Малли, представленная им в «Предметно-теоретических основаниях логики и логиистики», представляет собой оригинальное построение, имевшее целью выстроить связную формализацию различных логических явлений, с использованием аппарата алгебры логики и теории множеств. Основная цель Малли — формализация теории вывода в пропозициональной логике, теории классов и теории множеств в той степени, в какой они выступают в качестве области интерпретации логической системы. Во-вторых, при анализе основополагающего понятия следования Малли руководствовался содержательными представлениями, близкими к системам релевантного следования. Эти идеи развиваются им, по-видимому, независимо от К. Льюиса, первая работа которого [Lewis 1912], посвященная вопросу о значении импликации, появилась одновременно с выходом книги Малли. Интересно, что, обсуждая семантику отношения, выраженного символом $\supset$, Малли говорит о большей и меньшей содержательной полноте объектива, предвосхищая использующую ту же идею семантику релевантного следования А. Андерсона и Н. Белнапа. В-третьих, несомненным новшеством Малли стали неточно или приблизительно мыслимые объективы, которые, используя аппарат детерминации и понятия о родстве и чуждости по следствиям, можно описать вполне точно. Эта идея заслуживает разработки и в современных логических исследованиях.

Система Малли была представлена нами в основных чертах и при немалой степени модернизации. Заслуживают специального исследования теория измерений и теория вероятностей, но уже сейчас можно заключить, что перед нами логическая теория, в основных своих частях эквивалентная хорошо известным формальным системам, в то время как достижимость намеченного у Малли синтеза этих систем не представляется возможной. Причина этого состоит в том, что построение для логики Малли формальной семантики едва ли возможно: слишком разнородные конструкции должны быть для этого привлечены и слишком многие онтологические установки согласованы.

ЛИТЕРАТУРА

- Микиртумов 2012 — Микиртумов И. Б. Логика предмета Эрнста Малли: между логическим следованием и понятием причины // Логика, язык и формальные модели / под ред. Е. Н. Лисанюк, И. Б. Микиртумова и Ю. Ю. Черноскутова. СПб., 2012. С. 105–115.
- Суздалев 1994 — Суздалев Е. Н. Эрнст Малли: от теории предметов к логиистике // Научная конференция «Современная логика: проблемы теории, истории и применения в науке» (16–17 июня 1994 г.). Ч. 2. СПб., 1994. С. 39–41.
- Фреге 2000a — Фреге Г. Запись в понятиях / пер. с нем. Б. В. Бирюкова; под ред. З. А. Кузичевой // Фреге Г. Логика и логическая семантика. М., 2000. С. 63–212.

ИСТОРИЯ ЛОГИКИ

- Фреге 2000b — *Фреге Г.* Мысль. Логическое исследование / пер. с нем. Б. В. Бирюкова; под ред. З. А. Кузичевой // Фреге Г. Логика и логическая семантика. М., 2000. С. 326–342.
- Черч 1960 — *Черч А.* Введение в математическую логику / пер. с англ. В. А. Чернявского. М., 1960. 484 с.
- Chernskutov 2013 — *Chernskutov Y. Y.* Logic and object theory in 19th century: from Bolzano to Frege // Логические исследования. 2013. Вып. 19. С. 10–22.
- Lewis 1912 — *Lewis C. I.* Implication and the algebra of Logic // Mind. 1912. N 21. P. 522–531.
- Lewis 1918 — *Lewis C. I.* A Survey of Symbolic Logic. Berkeley, 1918. 414 p.
- Lisanyuk 2013 — *Lisanyuk E. N.* Deontic «cocktail» according to E. Mally's receipt // Логические исследования. 2013. Вып. 19. С. 100–121.
- Mally 1912 — *Mally E.* Gegenstandstheoretische Grundlagen der Logik und Logistik. (Ergänzungsheft zu Band 148 der Zeitschrift für Philosophie und philosophische Kritik.) Leipzig, 1912. 128 S.
- Meinong 1910 — *Meinong A.* Über Annahme. 2. Aufl. Leipzig, 1910. 452 S.