

Исчисление Аккермана в курсе лекций С.А. Яновской по математической логике

З. А. Кузичева, Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова
zakuzicheva@mail.ru

В июньском номере *Journal of symbolic logic* (1956 г.) [1] вышла статья Аккермана, с которой берет начало современная релевантная логика. В этот период, начиная с осени 1954 г., С.А. Яновская читала на философском факультете семи семестровый курс по математической логике. Это был единый курс, каждый семестр отводился для определенной темы. Лекции читались для студентов, аспирантов и преподавателей кафедры логики философского факультета. Б.В. Бирюков, тогда аспирант этой кафедры, оказался исключительно прилежным слушателем. Мало того, что он за все время почти не пропускал лекций С.А., он стенографировал и расшифровывал каждую лекцию, тетради с расшифрованными текстами бережно сохранял. Таких тетрадей у него накопилось изрядное количество. Именно по этим записям были подготовлены к печати лекции С.А. Яновской по алгебре логики, изданы в 2015 г. [2]. В настоящее время готовятся к печати лекции С.А., относящиеся к исчислению Аккермана.

Ко времени знакомства со статьей Аккермана, С.А. прочла лекции по алгебре логики, исчислениям высказываний и предикатов, было изложено натуральное исчисление Генцена. Начиная с февраля 1956 года, С.А. читала лекции по теории структур (теперь чаще, - решеток). «Мы займемся той частью алгебры, которая называется теорией структур, ибо исчисление высказываний – это алгебраическая структура», - объяснила С.А. на первой лекции по этой теме. Кстати, после изложения исчисления Аккермана С.А. снова обращается к теории структур, чтобы показать место и этого исчисления в математике.

Итак, летом 1956 года С.А. знакомится со статьей Аккермана. А в первом полугодии 1956/ 57 учебного года она читает лекции по теме «Исчисление сильной импликации Аккермана». Прежде всего, С.А. отмечает, что предлагаемое исчисление интересно с точки зрения логики, так как строится с целью отразить в исчислении особенности человеческого мышления. Однако в математике предпочтительнее обычная материальная импликация, поскольку с ее помощью легче проводить доказательства: «Одно дело логика, изучающая содержательное мышление, а другое дело – формальный аппарат, для которого не существенно, отражает ли он содержательное мышление». Аккерман свою импликацию называет строгой (*streng*), а импликацию Льюиса - точной (*stricte*). Но у нас принято (и стало привычным) называть импликацию Льюиса *строгой*, поэтому С.А. предлагает назвать импликацию Аккермана *сильной импликацией*. Свою импликацию Аккерман обозначает стрелкой \rightarrow , а материальную импликацию знаком \supset , С.А. сохраняет эти соглашения. В лекциях она вовсе не пересказывает статью Аккермана, а излагает материал по-своему. Она задается вопросом: «Что выпадает из обычного исчисления высказываний в исчислении сильной импликации?» Отвечая на этот вопрос, она не только перечисляет «выпадающие» факты, но и разъясняет, почему их не может быть в исчислении Аккермана.

$$A \supset (B \supset A) \quad (1)$$

Этой формуле соответствует правило: истина следует из всего, что угодно. С.А. констатирует, что этого закона у Аккермана нет, записывает (на доске) соответствующую формулу со стрелкой вместо знака импликации и накрест

перечеркивает ее. Аналогично и в остальных случаях. В исчислении сильной импликации нет, например, и следующих формул:

$$B \supset (A \supset A) \quad (2)$$

$$A \supset (B \supset A \& B) \quad (3)$$

$$A \supset (\bar{A} \supset B) \quad (4)$$

С.А. замечает далее: закон тождества $A \rightarrow A$ и принцип силлогизма $(A \rightarrow B) \rightarrow ((B \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow C))$ сохраняются в исчислении Аккермана. «Этот принцип выражает транзитивность отношения логического следования: если В есть логическое следствие из А, а С – следствие из В, то С есть логическое следствие из А. Принцип силлогизма выражает закономерность обычного содержательного мышления», - подчеркивает С.А. После предварительных замечаний, она переходит к исчислению сильной импликации. Приведу ее текст: «Аккерман перестроил обычное исчисление высказываний на другой лад так, что можно небольшим изменением этого перестроенного исчисления получить исчисление, более соответствующее содержательному мышлению. Мы и займемся перестройкой исчисления по Аккерману (хотя изложим иначе). Эта перестройка интересна и сама по себе, т.к. позволяет делать вещи, которые мы ранее не делали».

Процесс построения, проводимого С.А., в двух строках не изложить. Позволю себе привести заключительные слова из последней, девятой, ее лекции на данную тему: «Общий вывод: Аккерман не получил полноты своего исчисления. Он отверг еще что-то помимо того, что он указал как отвергнутое. Надо выяснить, что же еще отверг Аккерман. (На деле ведь он отбросил бесконечное множество формул классической логики.) Это можно сделать, исследуя его правила». Вслед за этими словами в тексте идет написанное Б.В. Бирюковым предложение: «Часть того, что *еще* отброшено в исчислении Аккермана, С.А. Яновская выяснила»...

Литература

1. Ackermann W. Begründung einer strengen implication // J. Symbolic Logic 21(2), 1956, 115– 126.
2. Яновская С.А. *Лекции по алгебре логики. (Из научного наследия)*. М.: URSS, 2015. – 264 с.