

## Некоторые расширения логики Данна-Белнапа

А. А. Беликов, Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова  
belikov@philos.msu.ru

В работе [1] М. Данн рассматривает синтаксические расширения системы  $FDE$ , которые вместе с ней образуют упорядоченное множество систем. В это множество, наряду с логикой Данна-Белнапа, попадают первоуровневые фрагменты трехзначной логики Клини ( $K_3$ ), логики парадокса Приста ( $LP$ ), логики  $R - mingle$  ( $RM_{fde}$ ) и классической логики ( $TV$ ). Такое множество систем обычно представляется диаграммой Хассе, внешне напоминающей «воздушный змей» (kite) или, как её называют некоторые отечественные логики, «булаву».

$$\varphi \vdash \psi \vee \neg\psi \quad (i)$$

$$\varphi \wedge \neg\varphi \vdash \psi \quad (ii)$$

$$\varphi \wedge \neg\varphi \vdash \psi \vee \neg\psi \quad (iii)$$

Каждое из перечисленных расширений получается добавлением различных комбинаций постулатов (i)-(iii) к системе  $FDE$ , т.е.  $LP = FDE + (i)$ ;  $K_3 = FDE + (ii)$ ;  $RM_{fde} = FDE + (iii)$ ;  $TV = FDE + (i) + (ii)$

В моем выступлении рассматривается множество расширений логики Данна-Белнапа, которые получаются за счет изменения множества выделенных значений и, как следствие, отношения логического следования. Полученные логики не совпадают по классу валидных утверждений о следовании с уже известными расширениями логики Данна-Белнапа. Таким образом, можно получить новое семейство логик, каждая из которых содержит в качестве валидного утверждения о следовании соответствующий семантический аналог постулатов (i)-(iii).

К новым системам относятся предложенная У. Ривеччио и А. Питцем [2] логика  $ETL$ , которая получается из логики Данна-Белнапа за счет определения следования через сохранность выделенного значения **T**. Система, аксиоматизирующая такое отношение следования вместо правила «непрямого исключения дизъюнкции» использует так называемый «дизъюнктивный силлогизм» ( $DS: \neg\varphi \wedge (\varphi \vee \psi) \vdash \psi$ ), а также не содержит правила контрапозиции. Наряду с логикой  $ETL$ , рассматривается логика  $DETL$ , которая получается из логики Данна-Белнапа за счет определения следования через сохранность выделенных значений **T**, **B** и **N**. Эта логика дуальна логике  $ETL$  в том смысле, что её аксиоматизация не содержит правила введения конъюнкции и использует «дуал дизъюнктивного силлогизма» ( $DDS: \psi \vdash \varphi \vee (\neg\varphi \wedge \psi)$ ), и тоже не содержит контрапозиции. Очевидно, что эти две логики являются своего рода «напарниками» логик  $K_3$  и  $LP$ , соответственно. Также рассматриваются еще две логики, первая из которых содержит семантические аналоги (i) и (ii) и аксиоматизируется системой без «непрямого исключения дизъюнкции», введения конъюнкции и контрапозиции, но с  $DS$  и  $DDS$ ; вторая содержит семантический аналог (iii) и аксиоматизируется системой без «непрямого исключения дизъюнкции», введения конъюнкции и контрапозиции, но с ( $MDS: \neg\varphi \wedge (\varphi \vee \psi) \vdash \psi \vee (\neg\psi \wedge \varphi)$ )

## Литература

1. Dunn J. M. Partiality and Its Dual // *Studia Logica*. 66(1), 2000, pp. 5-40.
2. Pietz A., Riviaccio U. Nothing but the truth // *Journal of philosophical logic*. 42(1), 2013, pp. 125-135.