Аксиоматизация комбинированной релевантной логики CR

Глеб Елагин, Московский государственный университет
g.elagin@gmail.com

Идея комбинированной логики высказываний и событий принадлежит В.А. Смирнову, который в свою очередь опирался на идеи Н.А. Васильева, построившего двухуровневую логическую систему с внешней классической логикой высказываний и внутренней силлогистикой – первую известную систему паранепротиворечивой логики. Смирновым [2] и Васюковым [1] были построены несколько систем комбинированной логики с различными внутренними алгебрами.

Язык L_{CR} комбинированной логики CR с внешней классической и внутренней релевантной логикой представляет собой упорядоченную 15-ку $\langle P, L, \neg, \wedge, \vee, \supset, \sim, \cap, \cup, \to, \bullet, 1, T, \perp, \theta \rangle$, где P – счетное множество пропозициональных переменных, L – счетное множество терминных переменных, $\neg, \wedge, \vee, \supset$ – классические связки логики высказываний, $\sim, \cap, \cup, \to, \bullet, 1, T, \perp$ – операторы релевантной алгебры [3], θ – высказываниеобразующий одноместный оператор на термах. Множество правильно построенных термов L_{CR} замкнуто относительно алгебраических операций. Множество правильно построенных формул L_{CR} представляет собой множество формул классической логики высказываний, расширенное за счет присоединения формул вида θa, где a – правильно построенный терм L_{CR}.

Аксиоматика CR представляет собой множество аксиом классической логики высказываний, пополненное аксиомами θ-перевода:

$$\theta(a \cap b) \equiv \theta a \wedge \theta b$$
$$\theta(a \cup b) \equiv \theta a \vee \theta b$$
$$\theta(a \bullet (b \cup c)) \equiv \theta(a \bullet b) \vee \theta(a \bullet c)$$
$$\theta((b \cup c) \bullet a) \equiv \theta(b \bullet a) \vee \theta(c \bullet a)$$
$$\theta{\sim}(a \cup b) \equiv \neg\theta a \wedge \neg\theta b$$
$$\theta{\sim}(a \cap b) \equiv \neg\theta a \vee \neg\theta b$$
$$\theta{\sim\sim}a \equiv \theta a$$
$$\theta{\sim}T \equiv \neg\theta T$$
$$\theta{\sim}\perp \equiv \neg\theta\perp$$
$$\theta(1 \bullet a) \equiv \theta a$$
$$\theta(a \bullet b) \supset \theta c \equiv \theta a \supset \theta(b \to c)$$
$$\theta(a \bullet b) \supset \theta c \equiv \theta(a \bullet {\sim}c) \supset \theta{\sim}b$$

Правило вывода: модус поненс.

Литература

1. Васюков В. Л. *Формальная онтология.* М., ИФРАН, 2006
2. Смирнов В. А. *Логико-философские труды В. А. Смирнова.* Под ред. В. И. Шалака. М., URSS, 2009
3. Urquhart A. Duality for algebras of relevant logics // *Studia Logica*, 56(1–2), 1996, pp. 263–276