

К. Г. Фролов, СПбГЭТУ «ЛЭТИ»

## ЛОГИЧЕСКОЕ СЛЕДОВАНИЕ И СУПЕРВЕНТНОСТЬ

Супервентность относится к числу тех немногих философских понятий, которым вполне можно дать полноценное определение:

А супервентно на Б тогда и только тогда, когда никакие две сущности (entities) не могут отличаться в отношении А, не отличаясь при этом в отношении Б.

Например, рисунок на песке супервентен на взаимном расположении его песчинок. Никакие два рисунка на песке не могут отличаться изображением, не отличаясь при этом расположением собственных песчинок. Таким образом, изображение «прилагается совершенно бесплатно» к соответствующему расположению песка.

Аналогичным образом дело обстоит и с отношением синтаксической выводимости. Множество выводимых теорем в таком случае оказывается супервентным на множестве аксиом. Изменения в множестве выводимых формул не могут случиться без изменений в множестве исходных гипотез.

Однако как будет обстоять дело, если мы вместо дедукции рассмотрим индукцию, то есть выведение общих утверждений из частных? Хорошо известно, что такое отношение нельзя трактовать в качестве логического следования. Так Б. Рассел пишет: «Вы никогда не сможете прийти к общему утверждению путём вывода его из множества частных, каким бы многочисленным это множество ни было» [1]. Поясним это на примере.

Рассмотрим высказывание (\*): «У каждого российского губернатора есть машина с мигалкой» и множество соответствующих ему частных утверждений: «У губернатора А есть машина с мигалкой», «У губернатора Б есть машина с мигалкой» и т.д. Даже если все эти утверждения истинны, (\*) всё равно не является логическим следствием из совокупности этих частных истин. В самом деле, хотя количество российских губернаторов вполне конечно и обозримо и установить истинность каждого частного утверждения совсем не сложно, вывод из них общего суждения всё равно не будет логическим. Ведь всегда остаётся мыслимой возможность присоединения к России какого-нибудь нового региона, у губернатора которого может не оказаться машины с мигалкой. Таким образом, все исходные частные утверждения останутся истинными, но общее суждение станет ложным. Существование подобной модели демонстрирует, что связь между общим и частными утверждениями не является логической.

Однако при этом мы вполне можем говорить о том, что общие истины супервентны на множествах соответствующих им частных истин! Так в нашем игрушечном примере если предположить, что высказывание «У каждого российского губернатора есть машина с мигалкой» является истинным, то оно не может поменять этого своего истинностного статуса без внесения каких-либо изменений (включая расширение) в множество соответствующих ему частных истин. Общие истины хотя и не являются логическими следствиями частных истин, всё же при этом не являются и независимыми от них. Именно этот промежуточный по силе характер связи (между логическим следованием и независимостью) и призвано отразить понятие супервентности.

Соответственно, хотя супервентность не является логическим отношением, её вполне можно описать формальными средствами [2]. При этом обнаруживается, что её поведение сильно отличается от привычных свойств логического следования:

(i)  $p \& q \not\equiv_{\text{svn}} p$

Если  $q$  ложно, то значение  $p$ , стоящего справа, может изменяться при отсутствии изменений в истинностном значении формулы  $p \& q$ , стабильно остающейся ложной.

(ii)  $p, p \rightarrow q \not\equiv_{\text{svn}} q$

Пусть  $p$  ложно. Тогда истинностное значение  $q$  может изменяться в любую сторону (с истинного на ложное и обратно) без всяких изменений истинностных значений формул  $p$  (остающейся стабильно ложной) и  $p \rightarrow q$  (остающейся стабильно истинной).

(iii)  $p \equiv_{\text{svn}} \neg p$

Истинностные значения отрицаний формул не могут меняться, не сопровождаясь изменениями истинностных значений самих отрицаемых формул.

(iv)  $p, q \equiv_{\text{svn}} p \& q$

Изменение в истинностном значении конечной конъюнкции не может случиться без изменения истинностного значения по крайней мере одного из конъюнктов.

(v)  $p_1, \dots, p_n \equiv_{\text{svn}} \top$

Тавтологии супервентны на всём, что угодно. В самом деле, не существует модели, в которой истинностное значение тавтологии могло бы поменяться без изменения истинностного значения выбранных произвольных формул (просто потому, что значение тавтологий в принципе не может меняться ни в каких моделях).

(vi)  $\perp \not\equiv_{\text{svn}} p$ , где  $p$  – произвольная формула.

Примечательно, что на противоречии вовсе не супервентно всё, что угодно. В самом деле, произвольная формула (не тавтология), интерпретируемая в качестве описания некоего контингентного факта, легко может менять своё истинностное значение, в то время как противоречие изменить своё истинностное значение не в состоянии.

(vii)  $\perp \equiv_{\text{svn}} \top$  и  $\top \equiv_{\text{svn}} \perp$  (следствие из (iii)).

(viii) Из  $p \equiv_{\text{svn}} q$  не следует, что  $\neg q \equiv_{\text{svn}} \neg p$

Достаточно взять в качестве  $q$  тавтологию, а в качестве  $p$  произвольную формулу (не тавтологию и не противоречие). Тогда в силу (v)  $p \equiv_{\text{svn}} q$ , но в силу (vi)  $\neg q \not\equiv_{\text{svn}} \neg p$ .

## Литература

- [1] Russell B. The Philosophy of Logical Atomism. London: Routledge, 2010.
- [2] Humberstone I. L. Functional Dependencies, Supervenience, and Consequence Relations. Journal of Logic, Language, and Information, Vol. 2, No. 4, 1993, pp. 309-336.