З. И. Кузичева, МГУ им. М. В. Ломоносова

С. А. ЯНОВСКАЯ О СПОСОБАХ ИССЛЕДОВАНИЯ ЛОГИЧЕСКИХ ИСЧИСЛЕНИЙ

В 1947 году в издательстве «Иностранной литературы» выходит перевод с немецкого языка книги «Основы теоретической логики» Д.Гильберта и В. Аккермана [1, 2]. Переводчик А.А. Ерофеев, редактор перевода, автор Предисловия и Комментариев С.А. Яновская. Издание у нас широко известное, по крайней мере, по заглавию. Остановимся на Комментариях С.А. Яновской, помещенных в Приложении II. Их всего пять: к параграфам: 1, 7, 10–13 первой главы; 1 и 2 второй главы; 10 третьей главы, общий объем 65 страниц.

Нет смысла сопоставлять тексты Предисловия и Комментариев. Первый — вынужденная дань ситуации в стране, тексты Комментариев — глубокое научное исследование. По сути, они представляют программу дальнейших исследований С.А. и ее будущих курсов лекций.

Рассмотрим сначала Комментарий к § 1 первой главы [2, с. 233–254]. Параграф озаглавлен авторами сочинения «Введение основных логических связей» [2, с. 19–22]. Комментарий, по объему в семь раз превышающий объем параграфа, является дополнением и разъяснением текста Гильберта и Аккермана. Процитируем первый абзац комментария: «Настоящий комментарий имеет целью облегчить чтение книги для читателя, не привыкшего к стилю современной математической литературы. В нем намечаются самые общие контуры исчисления высказываний и содержится подробный разбор содержания первых страниц книги. Естественно, что этот разбор не мог не отразить точки зрения его автора» [2, с. 233]. В следующем абзаце С.А. характеризует ведущую тему книги. По мнению С.А., выяснить смысл того, что значит «*логически* следует» одно утверждение из другого (других) – центральная проблема логики. (Так она утверждала всякий раз, когда речь шла о предмете и задачах логики.) Затем ею дается замечательное по своей краткости и ясности введение в логику высказываний, в частности отмечаются особенности логических операций в сопоставлении с «живой речью». Особое внимание уделено импликации, ее связи с общеупотребительным выражением «Если …, то… », а также с понятием логического следования. Вывод ее таков:

> «Итак, в самом исчислении высказываний на языке ее терминов нельзя формализовать полностью условное предложение и тем более не следует трактовать формулу $X \to Y$ как «X логически влечет Y» или «Y следует из X», как это иногда делают» [2, с. 247].

Понятию логического следования С.А. в дальнейшем уделяла много внимания. Так, в «Лекциях по алгебре логики» [3], начиная с седьмой по пятнадцатую лекцию, обсуждаются проблемы *следования* вывода из посылок и, наоборот, восстановления гипотез на основании известных заключений (всего лекций - восемнадцать). Самое первое определение в Лекции 7 связывает понятия логического закона и логического следования. Выражение «*B есть логическое следствие* из посылок A_1, A_2, …, A_k» понимается здесь так: не может быть, чтобы посылки были истинны, а заключение нет.

«Такое понимание логического следования есть его понимание в смысле импликации», — говорит С.А. Это обстоятельство можно записать в виде:

$$A_1 \,\&\, A_2 \,\&\, \ldots \,\&\, A_k \to B.$$

«Так как по самому смыслу логического следования высказывание В не может быть ложным, если посылки истинны, эта импликация есть тождественно истинное высказывание, т.е. закон логики». Здесь речь идет о следовании в смысле импликации [3, с. 97]. Можно было бы привести еще примеры из ее лекций и статей, но, думается, достаточно еще упомянуть, что именно связи понятия следования и различных пониманий импликации являются одной из ведущих тем лекций С.А. «Исчисление сильной импликации Аккермана» (в печати).

Месту и роли логики высказываний в теории вывода посвящена небольшая по объему, но «плотная» по содержанию работа А.А. Зиновьева [4].

Наряду с табличным (матричным) способом построения логики высказываний, используется аксиоматическое ее построение. Этот способ также анализируется в рассматриваемых нами комментариях С.А., а впоследствии в ее логических исследованиях. Основной проблемой для аксиоматического построения, отмечает С.А., является «задача отождествить запас *доказуемых* формул с запасом всегда-истинных». Если оказывается, что *все* всегда-истинные формулы доказуемы, тогда система аксиом и правил вывода называется *полной*. Чтобы система была непротиворечивой, требуется, чтобы имелись *недоказуемые* формулы [3, с. 207]. Впрочем, на этих двух требованиях С.А. в Комментариях далее не останавливается, поскольку они рассмотрены в тексте книги.

В данных тезисах, естественно, нет возможности хотя бы упомянуть всѐ, содержащееся в рассматриваемых нами комментариях. Обратимся к проблеме, примыкающей к только что упомянутым проблемам непротиворечивости и полноты. Помимо выяснения непротиворечивости, полноты и независимости системы аксиом, необходим анализ принятых правил вывода. В данных Комментариях С.А. стремится наиболее доходчиво объяснить, естественность в логике высказываний правила *Modus ponens*. Рассматривая связь между импликацией и выражением «Если …, то…», она показывает, что таблица, определяющая материальную импликацию, соответствует обычному употреблению условного предложения: «Из истинности двух предложений: 1) X и 2) “Если X, то Y” мы заключаем об истинности предложения Y. … Такой вид умозаключений в логике называется *Modus ponens*» [3, с. 244]. Затем предлагается посмотреть, в каких случаях предложения X и $X \to Y$ оба истинны. Из таблицы видно, что такой случай только один — это первая строка таблицы, при этом Y, увидим, тоже истинно. Случай, когда предложение $X \to Y$ истинно и предложение Y ложно. Такой случай тоже только один – это четвертая строка таблицы, предложение X в этой строке ложно. Случаев, когда импликация истинна и посылка X ложна, в таблице два — это 3 и 4 строки, Y может быть как истинным, так и ложным. Две строки имеется и для случая, когда $X \to Y$ и Y оба истинны, X может быть как истинным, так и ложным. После чего на примерах показывается соответствие с только что разобранными случаями для импликации и условными предложениями. Похожий прием С.А. использует впоследствии в своих лекциях по логике для проверки корректности правила *Modus ponens*. При этом С.А. разбор только что приведенных случаев сопровождает выводами «столбиком» и явным указанием значений истинности предложений X, Y, $X \to Y$. Выясняется, что используя правило *Modus ponens*, из истинных посылок мы всегда получим истинное заключение [3, с. 89].

Литература

[1] Hilbert D., Ackermann W. Grundlage der theoretische Logik. 2-te Auflage, 1946.

[2] Гильберт Д., Аккерман В. Основы теоретической логики. Перев. с нем.

[3] Ерофеев А. А. Редакция, Предисловие, Комментарии С.А. Яновской, 1947.

[4] Яновская С. А. Лекции по алгебре логики, 2015.

[5] Зиновьев А. А. Логика высказываний и теория вывода. Изд. 3-е, 2015.