Н. И. Стешенко, Южный федеральный университет

НОРМАЛЬНАЯ МОДАЛЬНАЯ К СИСТЕМА ЛОГИКИ НАПРАВЛЕННОСТИ ИЗМЕНЕНИЯ (СИНТАКСИЧЕСКИЙ АСПЕКТ)

Конструируемая модальная логическая система есть расширение логики направленности изменения Роговского.

Исходными символами языка логики направленности изменения являются: **→** - «если…, то…» и оператор **В** - «возникает так, что…». Производные операторы (их определения здесь опускаются): **~** - «не есть так, что…»; **И** - «исчезает так, что…»; **Т** - «сильно утверждается, что…»; **У** - «уже есть так, что…»; **Е** - «еще есть так, что…».

В качестве схем аксиом логики направленности изменения принимаются следующие формулы.

[А 1] **Т(p → g) → (Т(g→ r) → (p → r))**;

[А 2] **Т(p → g) → (p → Тg)**;

[А 3] **(p → g) → (Тp → ~Т~g)**;

[А 4] **Т((p → g) → p) → p**;

[А 5] **Т((p → g) → ~g) → ~g**;

[А 6] **Т(p → g) → (~g → ~p)**;

[А 7] **Т(~g → ~p) → (p → g)**;

[А 8] **(Уp → Уg) → У(p → g)**;

[А 9] **У(p → g) → (Уp → Уg)**;

[А 10] **p → (~p → (Вp → (Иp → g)))**.

Обычно маленькие буквы p, g, r используются для формулировки аксиом, я их использую в записи схем аксиом, чтобы лучше видеть в записи формул сами операторы. Однако в формулировке правил, и обосновании правил (ниже приводится обоснование одного производного правила) буду использовать большие буквы.

Правила доказательства.

[П1]. Если ├**ТА → С** и ├**А**, то ├**С**; -правило отделения.

[П2]. Если ├**А(…С…)** и **С** $\equiv_{df}$ **Д**, то ├**А(…Д…)** где **С** и **Д** подформулы формулы **А**; - правило дефинициальной замены.

Используются также два производных правила

[П3]. Если ├ **А → С**, то ├ **ТА → С** – правило усиления антецедента импликации оператором **Т**.

[П4]. Если ├ **А** , то ├ **ТА**

Понятия доказательства и доказуемой формулы обычные.

Язык нормальной модальной **К** *системы* есть расширения языка логики направленности изменения посредством оператора □ - «необходимо, что…».

Аксиомные схемы нормальной модальной **К** системы логики направленности.

[а1] □Т(p → g) → (□p → □g);

Аксиомные схемы для операторов: Т, В, У, Е.

[а2] **Т□p → □Тp**; (конверсия импликации доказуема)

[а3] **ТВ□p → □Вp**;   [а3.1] **Т□Вp → □Вp**;

[а4] **У□p → □Уp**; [а4.1] **□Уp → У□p**;

[а5] **Е□p → □Еp**; [а4.1] **□Еp → Е□p**;

Оператор возможности вводится определением: **◊p =$_{df}$ ~□~p.**

Правила доказательства.

[п1] Если ├ **А,** то ├ **□А** – основное.

[п2] ├ **А → С**, то ├ **□А → □С** – производное правило.

Все доказуемые формулы логики Роговского принимаются в качестве доказуемых и в модальной системе **К** логики направленности изменения.

Обосную производное правило **[п2]**:

1. ├ А → С – доп.;   2. Т(А→С) – 1, **[П4]**;   3. □ Т(А→С) – 2, **[п1]**;

4. □ Т(А → С) → (□А → □С) - **[а1]**;

5. **Т**□Т(А→С) → (□А→□С) – 4, **[П3]**.

6. (□А→ □С) – 3, 5, **[П1]**.

Приведу примеры некоторых доказуемых формул в модальном языке логики **К**.

├ Т□~p → ~◊p; ├ Т◊~p → ~□p; ├ Т~□p → ◊~p; ├ Т~◊p → □~p; ├ Т~□~p → ◊p;

├ У□~Вp → □Еp – если уже необходимо не возникает p, то необходимо еще p;

├ Е□p → У□~Вp – если еще необходимо p, то уже необходимо не возникает p;

├ Е□Вp → У□p – если еще необходимо возникает p, то уже необходимо p;

├ Т□Вp → У□p – если сильно утверждается необходимость возникновения p, то уже необходимо p;

├ Т□Иp → Е□p - если сильно утверждается необходимость исчезновения p, то еще необходимо p;

├ □**Т**(p → g) → (**У**□p → □g); ├ □**Т**(p → g) → (**Е**□p → □g);

├ □**Т**(p → g) → (**У**□p → □**Е**g); ├ □**Т**(p → g) → (**Е**□p → □**У**g);