

И. Б. Микиртумов

ОСНОВНЫЕ ИДЕИ «ФИЛОСОФИИ АРИФМЕТИКИ» ГУССЕРЛЯ И ЛОГИЦИЗМ ФРЕГЕ*

Аннотация: В статье рассматриваются основные идеи «Философии арифметики» Э. Гуссерля в связи с ранним проектом логицизма Г. Фреге. Различие конкретных решений, предлагаемых Фреге и Гуссерлем, объясняется различием их методических установок. Фреге исходит из представления о целостной системе чисел и операций с числами, в то время как Гуссерль следует генезису математических представлений и понятий.

Ключевые слова: Философия арифметики, логицизм.

Abstract: The article reviews the main ideas of the Edmund Husserl's «Philosophy of Arithmetic» in connection with the Frege's early logicism. The distinctions of solutions offered by Frege and Husserl, due to differences in their methods. Frege presumes the whole system of numbers and operations with numbers, while Husserl follows the genesis of mathematical ideas and concepts.

Keywords: Philosophy of arithmetic, logicism.

«Философия арифметики» Эдмунда Гуссерля вышла в 1891 г., через семь лет после появления «Оснований арифметики» Готлоба Фреге (1884) и в пределах того двадцатилетия, когда появились затрагивающие вопросы оснований математики и арифметики работы Христофа фон Зигварта, Фридриха Ланге, Вильгельма Вундта, Кристиана Штумпфа, Иоганна Баумана, Уильяма Джевонса, Вильгельма Шуппе, Морица Дробиша, Германа фон Гельмгольца, Эрнста Шредера, Бенно Керри, Георга Кантора, Жерарда Хюйманса, Рихарда Дедекинда, Фридриха Ибервега и других — я привел неполный список авторов, упоминаемых самим Гуссерлем. «Философия арифметики» привлекает внимание прежде всего как первый масштабный труд Гуссерля, завершающий период его творчества, связанный с математикой и философией математики. Дескриптивная психология и критический анализ, который мы находим в «Философии арифметики», становятся фундаментом собственно феноменологии Гуссерля периода «Логических исследований» (1900–1901 гг.). Кроме того, «Философия арифметики» в ряду немалого числа работ рубежа XIX–XX вв. относится к сфере оснований математики, ставшей важнейшим источником аналитической философии, философии науки и философской логики. Роль Гуссерля в этом движении не была

* Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант № 11-06-00206а.

© И. Б. Микиртумов, 2012

ИСТОРИЯ ЛОГИКИ

большой, поскольку, с одной стороны, его интерес к математике имел теоретико-познавательные мотивы, а с другой стороны, оттолкнувшись от философии математики, он обратился к «более фундаментальным вопросам о сущности формы познания в отличие от материи познания и о смысле различия между формальными (чистыми) и материальными определениями, законами и истинами».

Вопросы о влиянии «Оснований арифметики» Фреге на Гуссерля и об обратном влиянии хорошо исследованы как в ходе анализа содержания концепций, так и на материале переписки их авторов. Наибольшее внимание исследователей привлекала проблематика психологизма, а также теории значения, поэтому возвращение к ней представляется излишним. Менее изученным является иной круг вопросов, а именно связанный с характеристиками у Фреге и Гуссерля фундаментальных понятий, таких как множество и число, а также отношений равенства и тождества, от которых у Фреге осуществляется переход к принципам, на которых покоятся в основании понятия абстракции, свертывания и бесконечности.

В настоящей статье мы представим те основные идеи «Философии арифметики» Гуссерля, которые в связи с понятиями множества, числа и равенства входят в соприкосновение с логицистской программой Фреге и проблематикой оснований математики в целом. В основном мое изложение будет посвящено именно концепции Гуссерля, поскольку в сфере оснований математики и философии математики логицизм Фреге изучен во всех своих деталях, в отличие от соответствующих взглядов Гуссерля, оказавшихся в известной степени на периферии внимания как феноменологов, так и философов аналитической традиции. Чтобы не перегружать текст прямыми цитатами, я буду чередовать их с экономным пересказом рассуждений Гуссерля.

На первых же страницах «Философии арифметики» Гуссерль предпринимает дескриптивно-психологическое и одновременно аналитическое исследование «конкретных феноменов, образующих основание для абстракции рассматриваемых понятий». К их числу относятся понятия совокупности — множественности определенных объектов и их численности, т. е. количества элементов в них. Гуссерль предлагает рассматривать объемы понятий «множественность» и «численность» («количество») как данные, пусть и сохраняя неопределенность относительно сущности и возникновения этих понятий, поскольку, говоря о множественности и численности, мы тем не менее ясно представляем себе эти понятия и их объем.

Исходным пунктом анализа являются конкретные представленные множественности — «для себя данные и коллективно объединенные объекты». Они выступают в роли той конкретности, на которую направлена абстрагирующая деятельность. Этой конкретностью оказывается произвольная совокупность определенных предметов, не важно, какой природы: физические они или воображаемые, воспринимаемые или только предметы фантазии. Гуссерль соглашается с Лейбницем в том, что понятие числа возникает при работе не только с телами, но с любыми сущностями. При этом приводится и противоположная точка зрения, принадлежащая сторонникам эмпирической трактовки математических объектов. В ее рамках принято считать, что в числе выражен эмпирический факт, что число обозначает физическое явление и (или) физическое свойство явления. Так, «два» обозначает всякую пару вещей, а «двенадцать» — всякую дюжину. Едва ли действенное возражение Гуссерля против такой трактовки числа ос-

новывается на дифференциации физических и психических явлений: два яблока физически отличаются от трех, но не два суждения или две мысли от трех. Иными словами, попытка последовательно оставаться эмпиристом и опираться лишь на наблюдаемые отношения внешних объектов сделала бы невозможным применение чисел для характеристики множественностей психических актов.

Основанием для образования общего понятия о множественности Гуссерль считает однотипные соединения произвольных предметов. Лучшего всего возникновение понятия об объединении в целое характеризуется понятием континуального соединения, опосредованного понятием континуума. Оно не содержится в каждом представлении конкретного предмета или явления, поскольку в нем мы замечаем отдельные части и их своеобразное соединение. Но последнее присутствует в любом конкретном, и везде одним и тем же образом, так что рефлексия относительно этого обстоятельства дает понятие континуума как понятие о целом, чьи части некоторым образом соединены. Понятие о целом возникает благодаря рефлексии того вполне различного способа, благодаря которому многие целокупности возникли как соединения своих элементов. О всякой совокупности можно сказать, что она есть целое, но представление об объектах этой совокупности будет единством, содержащим представления о ее частях. Его можно назвать пустым и внешним, но в его основе лежит особое объединение, без которого не может возникнуть понятие совокупности. «...Понятие множественности возникло посредством рефлексии особого и благодаря этой особенности хорошо различного способа единения содержаний, того, как он предъясвляет всякую конкретную совокупность, аналогично тому, как понятие какого-нибудь другого вида целого возникает благодаря рефлексии свойственного ему способа соединения». Для обозначения соединения, характеризующего совокупность, Гуссерль вводит термин «коллективное соединение», а термин «совокупность» рассматривается как «особенно ясно выявляющий совместную постигаемость-в-одном коллегированного содержания».

Гуссерль предупреждает упрек в порочном круге, присутствие которого можно заподозрить, когда определяют множественность, говоря о ее частях, но, поскольку части не определены как нечто индивидуальное, множественность уже предполагают в некотором общем виде. Гуссерль отмечает, что не стремится к определению понятия множественности, но лишь к психологической характеристике феноменов, на которых основывается абстракция этого понятия: «Добавив, что части коллективно соединены, мы указывали на тот момент, на котором сосредоточен наш особый интерес и благодаря которому множественность именно как множественность характеризуется в противопоставлении другому целому».

Общая характеристика формирования понятий множества и числа дается следующим образом: «По произволу или интересу мы можем сводить вместе обособленные содержимые, из каковых, только что сведенных, некоторые затем опять опускать, а другие добавлять. Единый интерес, охватывающий и соединяющий все содержимые, и [происходящий] одновременно с ним и в нем (в каждом взаимном проникновении, свойственном психическим актам) акт единого схватывания извлекают содержимые, и интенциональным объектом этого акта является представление множественности — совокупности этих содержимых. В этом способе [схватывания] содержимые одновременно и вместе находятся в настоящем, они едины, и с рефлексией

ИСТОРИЯ ЛОГИКИ

сией этого единения обособленных содержимых посредством сложного психического акта возникают общие понятия множества и определенного числа». Здесь кажется неблагозвучным термин «содержимые», но иначе невозможно передать гуссерлевское «Inhalte» — множественное число от «der Inhalt» — содержание, употребляемое намеренно, а именно с тем, чтобы избежать терминов «элемент» и «часть», каждый из которых может быть интерпретирован как соотношенный с подразумеваемым «целым». В то же время соотношенная пара «содержимое» и «то, что содержит содержимое», кажется Гуссерлю более простой с формальной точки зрения, поскольку в ней, безо всякого намека на структуру, иерархию или соотношение элементов, реализуется логико-грамматическое соотношение, при котором активную роль играет синонимическое преобразование активного залога в пассивный и обратно. Говоря же о самом акте конституирования понятий, нельзя не отметить появление в нем мыслительных операций второго порядка — рефлексии представлений о выделенных элементах и их рядоположенности. В дальнейшем изложении Гуссерль проясняет структуру такого рода актов более подробно.

При обсуждении вопроса о происхождении понятия множества и психологических характеристик явления множественности Гуссерль, критически разбирая различные точки зрения, не принимает трактовки множественного, в которых его коррелятом выступают пространство и время. Такие взгляды были распространены среди сторонников эмпирической доктрины множества и числа, представленной, в частности, Германом Гельмгольцем и позднее основателем логической теории естественного вывода Паулем Герцем. Использование здесь пространственных и временных представлений сводится к тому, что локусы пространства и интервалы времени привлекаются в качестве системы координат, относительно которой познающий субъект определяет множественность своих представлений и восприятий. Гуссерль справедливо возражает, что в этом случае сами привлекаемые пространственно-временные представления являются тем, формирование чего и должно быть объяснено, ведь, говоря о них, представляют готовые совокупности элементов. Более того, если от доступных восприятию и представлению локусов пространства и интервалов времени перейти к точкам пространства и моментам времени, то для конституирования соответствующих понятий потребуются немалые усилия.

Проясняя свою позицию, Гуссерль спорит и с мнением, которое разделяется такими авторами, как Девонс, Зигварт, Шуппе и др. Согласно их трактовке, множество есть совокупность именно различных предметов, так что представление о различии оказывается существенным образом принадлежащим представлению о совокупности. Там, где есть различие, есть и тождество, в частности предмета с самим собой. Понятие множества возникает как пустая форма различия, неотделимым от которой будет и понятие единства, природа которого состоит в подведении различных содержащихся во множестве вещей под голое «один» — тождественное себе и отличное от всего прочего. В силу этого множество и единичное — это зависимые друг от друга, соотношенные понятия, а из понятия пустых форм различия посредством разнообразных определений возникает и понятие числа. Числа, таким образом, есть не что иное, как классифицированные всеобщие формы различия. Гуссерль на это возражает, что там, где воспринимается множество предметов, отталкиваясь от наличия отдельных

содержимых, мы всегда имеем основание вынести очевидное суждение о том, что всякое содержимое отлично от другого содержимого. Но то, что мы должны выносить такое суждение, чтобы иметь представление о множественности, не соответствует действительности. С психологической точки зрения отношения подобия, равенства, «метафизического соединения» и т. д., т. е. все отношения, соответствующие характеру явлений представления в узком смысле, — первичные содержания, а не представленные физические акты — относятся к одному классу (Гуссерль называет их первичными отношениями). Но к ним не принадлежит различие. Например, поясняет Гуссерль, когда называют три цвета — «синий, красный, зеленый», то предполагают три различных цвета. Но если принять, что без различения нет числа, то, говоря «три», мы будем подразумевать «три разных предмета». Аналогия теряется: «синий контрастирует с зеленым», но «один» ни в каком смысле не контрастирует с «один». Числа не предназначены для указания на различие предметов, и не выполняют эту функцию, и хотя в языке есть слова «двойкий», «тройкий», они не всегда могут быть заменены на два и три.

Отсюда Гуссерль делает вывод, что важным является различие между «усмотрением двух различных содержимых» и «усмотрением двух содержимых как различных». В первом случае предполагается представление о совокупности, а во втором — о различии, соответственно наше понимание идет в первом случае к содержимому в абсолютном смысле, во втором — к отношению между содержимыми. Так что «совокупность возникает, когда появляется интерес, а внутри него и вместе с ним также единое наблюдение, имеющее целью извлечь различные содержания и охватить их. Коллективное соединение может быть также схвачено лишь посредством рефлексии психологического акта, посредством которого появляется совокупность».

Анонсируя дальнейшее, более детальное рассмотрение чисел, Гуссерль характеризует понятие числа (численности) как конституируемое неопределенной и даже, по видимости, бесконечно продолжающейся последовательностью понятий, чья отчетливость и легкая взаимная различимость делают ненужными дальнейшие исследования более точного взаимного отграничения. «Один» и «один» существенно отличны от «один», «один» и «один» и т. д. Там же, где числа становятся труднообозримыми, на помощь приходят вспомогательные средства — пересчитывание и вычисление, как в известной мере механические операции, основанные на элементарных числовых операциях.

Прежде чем перейти к исследованию понятия равенства, Гуссерль останавливается на отношениях «больше» и «меньше». Психологическим основанием их появления являются психические акты более высокого порядка, поскольку представления о большем и меньшем есть представления об отношении. Соответствующее им представление о подсовокупности некоторой совокупности дано в одном акте и одновременно с представлением о самой этой совокупности. Здесь снова психический акт направлен на другие психические акты, причем возможно и появление еще более высокой степени, когда акт будет направлен, например, на совокупность совокупностей совокупностей. Акт второго порядка играет самую важную роль, поскольку в нем мыслятся одновременно и элементарные части совокупности, и их совокупность. При сравнении любых совокупностей как больших или меньших по отношению друг к другу в пси-

ИСТОРИЯ ЛОГИКИ

хологическом отношении не возникает сложностей. Но при этом требуется, чтобы эти совокупности хотя бы частично состояли из равных содержаний. Это условие сравнимости всегда выполняется при однородности содержаний, а если такой однородности нет, то установить отношение «больше» или «меньше» можно только в отношении числа элементов совокупностей. Здесь содержания совокупностей уже берутся как отдельности, и «в этой высоте и пустоте абстракции eo ipso исчезают все различия». Понятно, что всякое сравнение совокупностей предполагает знание о равенстве.

Гуссерль рассматривает определение равенства у Лейбница, приводя его сначала в варианте Германа Грассмана: «равными называются две вещи, которые могут быть поставлены друг вместо друга в любом высказывании», где используется термин «равенство», а затем — в варианте самого Лейбница с использованием термина «тождество». У Лейбница определение выглядит так: «тождественные суть те, один из которых может быть подставлен вместо другого с сохранением истинности. Если имеем А и В, и А входит в какое-либо истинное предложение, и если подстановкой В вместо А в каком-либо месте данного предложения будет получено новое предложение, также истинное, и если то же самое достигается, какие бы предложения мы ни взяли, то говорят, что А и В тождественны; и наоборот, если А и В тождественны, то осуществима подстановка, о которой я сказал». Отметим, что здесь определение тождества носит операциональный характер, причем независимо от того, что обозначают А и В, принимается во внимание только их способность сохранять или не нарушать при взаимной замене истинностное значение во всех без исключения предложениях.

Оба определения Гуссерль подвергает критике. Сперва он отмечает, что определяется тождество, а не равенство. Это относится в первую очередь к определению Грассмана. Лейбниц использует слово «eadem», соответствующее по значению как раз тождеству, Грассман же использует прилагательное «gleich», значение которого есть равенство, которое можно трактовать в привычном для математики смысле совпадения значений выражений. Гуссерль полагает, что «это определение ставит все с ног на голову». Его рассуждение строится следующим образом. Если предположить, что А и В даны как тождественные, то их можно заменять друг другом во всех суждениях. Основанием для этого являются именно их тождественность и идентичность, причем, беря каждый конкретный признак А и В, мы получаем некоторое, упоминающее этот признак суждение, относительно которого замена проходит с сохранением истинности. Именно такого рода одинаковые признаки обеспечивают одинаковые значения суждений, а не наоборот. Если же, напротив, взаимозаменяемость есть условие равенства, то утверждению равенства А и В должна предшествовать бесконечная череда актов отождествления между собой пар суждений, где одно получено из другого заменой А на В, а для таких отождествлений требуется предварительное знание критерия тождества, что порождает бесконечный регресс.

Далее Гуссерль переходит к обсуждению определения равенства совокупностей через понятие их равночисленности, заданное операцией установления однозначного соответствия. Гуссерль приводит следующие аргументы.

Во-первых, при определении равночисленности совокупностей методом составления пар понятия «больше» и «меньше» уже предполагаются, и эти пары, как было сказано выше, не могут быть построены без представления о равенстве: когда гово-

рят, что составление пар в случае равенства двух совокупностей не должно оставить без пары никакого элемента, другими словами, о том, что ни на какой из «сторон» не должно оставаться больше или меньше элементов. Во-вторых, представление о попарном соответствии чуждо вопросу о равночисленности совокупностей: «представлять две равночисленные совокупности и представлять две совокупности, упорядоченные почленным противопоставлением, — это не одно и то же...». Сделав так в конкретном случае, мы не можем считать эту операцию всюду необходимой и не можем в ней одной полагать сущность акта сравнения.

В самом деле, равенство двух совокупностей нельзя объяснить одним-единственным способом. Если они равны, замечает Гуссерль, то должны быть равны и какие-то их признаки, в то время как обратное не всегда верно. Может оказаться, что одни и те же объекты в одном случае называются нами равными, а в другом — нет. Так обстоит дело с фигурами и телами, в отношении которых принимаются во внимание не только то, что можно в них измерить, но, например, их положение. Отсюда становится понятным, что существуют различия в способах выражения. Обычно мы говорим о равенстве как о равенстве в некотором отношении, а именно в том, которое нам интересно — длина, площадь, объем, положение и пр., и это должно уточняться в каждом определении равенства.

Понятно, что самый полный смысл равенства совокупностей, т. е. их тождество, состоит и во взаимно однозначном соответствии элементов, и в равенстве (тождестве) самих элементов внутри каждой такой пары: равное состоит из равных частей. Для небольших совокупностей, например из трех или четырех элементов, равенство может быть усмотрено «в одном взгляде», и нет необходимости в поэлементном сравнении таких совокупностей. В более сложном случае, например при наложении в геометрии, в дело включается процесс фантазии, который содержит больше, чем обычное сравнение. В этом процессе по сравнению с обычным сравнением увеличивается количество моментов, которые принимаются во внимание, так что при сравнении-наложении «равенство становится очевидным в тех моментах, которые в процессе [сравнения] остаются неизменными».

Когда все элементы совокупностей одинаковы, то, зная об этом, мы имеем представление о множестве пар, полученных в ходе взаимно однозначного сопоставления, как необходимый и охватывающий многие отношения равенства акт. Вместо попарного сравнения мы просто составляем элементы в нашем представлении, образуем коллекцию коллекций двух соотносимых совокупностей. Такой процесс сравнения совокупностей требует специфического отношения к их элементам, а именно требуется представить их как чистые единичности, отвлекшись от всех прочих их черт. Тогда появляются не просто совокупности, а единства нескольких элементов, которые могут быть схвачены коллективно, т. е. как двойки, тройки и пр. Учитывая, что их равночисленность (в простейших совокупностях) может быть схвачена в восприятии, равночисленность любых других совокупностей можно представить как сводимую к равночисленности составляющих их элементарных форм множественности: два множества тогда равночисленны, если их единичности (понимаемые как простые множественности — двойки, тройки) могут быть мысленно поставлены в однозначное соответствие.

ИСТОРИЯ ЛОГИКИ

Для того чтобы перейти к присущему математике сравнению множеств, необходимо отказаться от допущения какой-либо структуры у элементов множества и считать, что такие элементы есть лишь равные друг другу единичности. Тем самым будет достигаться экспликация описанного выше интереса к количеству тех предметов, которые в ходе некоторого предварительного процесса были объявлены единичностями.

Если только что оговоренное условие принято, то самым простым методом установления равночисленности совокупностей становится простой подсчет элементов множеств. Как отмечает Гуссерль, процесс счета прост, всем известен и потому нет необходимости действовать как-либо иначе, кроме как подсчитывая и сравнивая результаты — это гораздо проще, чем устанавливать взаимно-однозначное соответствие. Понятно, что тогда требуется уже располагать понятием числа. Это мнение Гуссерля может показаться неожиданным, ведь в ходе исследования генезиса математических понятий понятие числа, делающего возможным счет, появляется только после того, как становится известным факт равенства множеств. Гуссерль же говорит здесь именно о равночисленности, т. е. о свойстве двух множеств иметь одинаковое число элементов. Но затруднение это мнимое. Взаимно однозначное соответствие гарантирует то отношение, которое позднее, после появления понятия числа, будет соотнесено с понятием равночисленности, так что на следующем шаге построения теории равночисленность окажется свойственна равным множествам (для множеств не превышающих по мощности счетное).

Вопрос о попарном упорядочении и его связи с понятием равночисленности представляет особый интерес, поскольку его обсуждение выводит к коренному вопросу оснований математики: что доминирует в формировании математических понятий — аналитические процедуры или квазифизические операции с наглядно представимыми объектами. Гуссерль замечает, что знание о множествах с равным количеством элементов не есть знание о том, что они находятся во взаимно однозначном соответствии. Определение равенства совокупностей как равенства в отношении количества элементов действует только в том случае, если сравнение происходит не путем установления соответствия. Действие этого условия распространяется, по-видимому, на умеющих хорошо считать, но дикарю, не умеющему считать более чем до пяти, говорит Гуссерль, только использование взаимно однозначного упорядочения, сведенное вдобавок к физическим действиям, позволит сравнивать совокупности.

При построении пары в процессе взаимно однозначного сопоставления привлекается представление о соответствующем противопоставлении элементов этой пары. Такое упорядочение происходит не только мысленно, но и практически — в пространстве и времени, и может также быть формально задано упорядочивающим отношением. Но это только одна сторона дела. Процесс сравнения множеств есть расширенный процесс сравнения любых конкретных множеств, в котором присутствует необходимость сравнивать построенные парами элементы с целью удостоверения в их равенстве в том отношении, что они могут быть представлены как единичности. Чистое попарное упорядочение, если отвлечься от упомянутого только что вопроса о предметности элементов, совпадает с описанным выше коллективным соединением. Сравняя внешние вещи, мы используем для упорядочения психические отношения, которые нельзя поэтому путать с самим упорядочением. Последнее есть коллектив-

ное связывание. Всякая манипуляция преследует здесь соответствующую цель, состоящую в достижении состоящей из пар коллекции. Каждая составленная пара есть нечто, соответствующее единичному представлению, наглядному и относительно единому, а при его весьма легком анализе можно получить собственно коллекцию, достижение которой иным путем потребовало бы многих последовательных синтезов. Для достижения представления о равной величине такой анализ необходимо уже проделать (в случае символического представления к нему надо, самое меньшее, стремиться), так что одно и то же представление дает нам и обособление отдельной пары, и в паре — отдельной вещи, а связывающее на основе этих внешних созерцаний коллективное представление обеспечивает равенство пересчетов.

Что касается приводящего к этому психического процесса, то он может быть упрощен, так как особое свойство созерцания, которое производится внешним манипулированием при попарном соединении, открывает дорогу символическому представлению, сокращающему процесс без вреда для познавательной ценности результата. «Наглядное единство охватываемого одним взглядом в форме ряда пар двойного множества немедленно распадается, если мы хотим, на множество, каждый элемент которого (каждая пара) дан прежде всего как неанализируемое наглядное единство». При направлении интереса на пару немедленно возникает представление о коллекции двух элементов, относительно которых известно, что один принадлежит одному множеству, другой — другому. Наглядное равенство пар делает излишним такое рассуждение по поводу каждой пары. Достаточно представления о ряде и мысли о возможности такого анализа как символического представителя действительного представления о коллекции коллекций.

Таким же образом в том или ином случае задействованы те или иные способы соединения — как вспомогательные средства упорядочения и сравнения. Поэтому не всякое отношение годится на роль упорядочивающего, но лишь такое, которое может символически представить коллективное отношение. Важно, что соответствующие элементы соединены в нашем мышлении, что они коллегированы, и это верный знак того, что имеется взаимно однозначное соответствие двух множеств. Найденное же случайно содержательное соединение элементов по парам всегда желательно, так как оно ведет за собой нашу соединяющую их мысль или даже символически ее представляет. Но затем его следует отбросить, так как цель состоит не в поиске отношения, а в числовом сравнении.

Гуссерль полагает, что тем самым открывается возможность правильного понимания точки зрения, согласно которой равночисленность двух совокупностей не зависит от способа их составления. Она верна лишь для случая, при котором равенство определяется в отношении количества посредством взаимного упорядочения, т. е. когда равенство и такое упорядочение рассматриваются как равнозначные. Если же исходить из истинного и собственного понятия равенства, то мы получим абсурдные следствия, поскольку из возможных упорядочений одно укажет на равенство, а второе обнаружит несопоставленный ничему остаток некоторого множества.

Описанная критика Гуссерля определений тождества и равенства продиктована не недостатками этих определений в собственно математической сфере, где как раз к ним нет никаких претензий и где, как отмечает Фреге, они общепризнанны, а их не-

ИСТОРИЯ ЛОГИКИ

последовательностью в отношении генезиса познавательных форм. Говоря о смешении тождества и равенства, Гуссерль недооценивает то рассуждение Фреге, которое посвящено обоснованию уместности тождества. Рассуждение Фреге выглядит так: если при установлении равенства A и B в определенном отношении, например, в отношении их длины, нас смущает, что по определению Лейбница A и B должны быть универсально взаимозаменяемы, то следует найти такую пару A' и B' , которая, с одной стороны, представляла бы то самое отношение, в котором «равны» A и B , а с другой — позволяло бы использовать имеющееся определение. И такая пара предметов задана выражениями «длина A » и «длина B » — определенными дескрипциями, значением которых являются некоторые числа. A' и B' в отличие от A и B могут оказаться тождественными в самом полном смысле слова, поскольку они не суть сущности, а суть свойства. Гуссерль обсуждает эти и подобные аргументы Фреге не в связи с равенством и тождеством, а в связи с определением понятия числа как свойства второго порядка. Нельзя сказать, чтобы эта позиция Фреге входила в противоречие с мнением Гуссерля по вопросу о равенстве и тождестве. Более того, позже понимание равенства как отношения, возникающего из кореференции двух выражений, окажется для них общим.

Гуссерль отвергает точку зрения, согласно которой равенство $1=1$ является фундаментальным условием арифметики: арифметика не имеет дела с конкретными предметами, но с их количествами. Когда вводят это равенство, предполагают, что предметы совокупностей между собой равны, и, осуществляя их пересчет, можно учитывать только те из них, которые будут удовлетворять указанному равенству. Но это не условие арифметики, а конкретная задача, решить которую арифметика призвана. Она применима, поскольку все выражено в числах, но откуда взялись числа, для каких задач они используются и при каких условиях — с этим арифметика не имеет дела. Данное утверждение Гуссерля контрастирует с развитым во второй части «Философии арифметики» учением о символических представлениях о множестве и числе, где символическое представление числа окажется опосредованным понятием счета, т. е. определенных операций с числами. Но для совокупности всех операций с числами равенство $1=1$ или, обобщенно, $a=a$ становится уже фундаментальным, поскольку в нем раскрывается основополагающее свойство отношения равенства, без которого оно было бы неприменимо. Гуссерль не развил последовательно идею счета как операции и поэтому не дошел до свойств равенства.

Далее Гуссерль переходит к полемике с представленной Фреге и другими авторами точке зрения на число как на порождаемое отношением «равночисленности» некоего множества данному или же как на свойство множеств, отражающее количество их элементов. Указанные определения числа Гуссерль считает искусственными и не соответствующими естественным познавательным процессам, в особенности там, где мы сталкиваемся с простейшими совокупностями: единичный предмет интересен и понятен нам как таковой, но не как репрезентирующий единицу через свою равночисленность с другими одноэлементными множествами. Сама равночисленность множеств «совершенно для нас бесполезна и не интересна». Единица как таковая — как палочка — представляет собой лишь нечто — то единственно общее, что присуще всем предметам, коль скоро они становятся предметами пересчета, и, характеризуя

количество элементов множества как совокупность этих нечто, можно получить лишь чуждые и ненужные для науки понятийные образования.

Метод Фреге представляется Гуссерлю неверным уже в том, что понятия равенства, подобия, части и целого, многого и единого и т. д. не являются определяемыми формально-логически и что прийти к их пониманию можно только путем абстрагирования от соответствующих представлений, т. е. в конечном счете от элементарных психических данных. Рассмотрев определение числа у Фреге, Гуссерль даже отказывается его комментировать — настолько контринтуитивным оно ему представляется. Таким образом отвергаются и подход к числу как к результату квазифизических операций, и фрегевское понимание числа как свойства второго порядка. Здесь уже можно увидеть, что Гуссерля не интересует вопрос о поиске того или иного набора арифметических понятий и операций как полного основания действующей арифметики, и ему не кажется перспективной идея Фреге о превращении арифметики в логическую систему, так что даже момент согласия Фреге и Гуссерля — критика психологизма — не сближают их подходов. Гуссерль действует строго в рамках теоретико-познавательного исследования, восходя путем абстрагирования к понятиям от представлений, с целью проследить конституирование математического, в частности, понятий множества и числа. Фреге же, понимая арифметику как логически непротиворечивую и полную систему исчисления истинных арифметических равенств, имеет целью реконструкцию ее аналитически открываемой структуры, так что его не пугает сложность понятий о ее элементах. За этой позицией Фреге стоит продуманное еще Лейбницем метафизическое основание, которое для Гуссерля лишено значимости. Вместе с тем во второй части «Философии арифметики» рассматривается сфера символического, в которой появляются понятия, близкие парадигме Фреге и логицизму.

Продолжим изложение основных идей «Философии арифметики» Гуссерля.

Традиционные возражения против психологического анализа восприятия множественного и числа сводятся к тому, что если для небольших совокупностей и небольших чисел еще может существовать некоторая наглядность, то она исчезает, когда мы переходим к большим, возможно, бесконечным совокупностям и большим числам. Общий ответ на это возражение состоит в указании на действие экстраполятивных механизмов, позволяющих перенести представления с конечных и обозримых совокупностей на бесконечные. Гуссерль называет сферу, в которой происходит такой перенос, символической. В арифметике, говорит Гуссерль, числа берутся не как абстрактные понятия, а как общие имена — знаки для счета, так что «5» означает произвольное множество, подпадающее под понятие «пять», т. е. числовой знак обозначает произвольный элемент объема соответствующего ему понятия. Нетрудно увидеть в такой характеристике соотношенного с числом следы концепции Фреге. Но Гуссерлю нужен возможно более доступный элементарным психическим актам коррелят арифметического понятия. Там, где Фреге имеет дело с определенными дескрипциями, указывающими на свойства второго порядка, Гуссерль вводит — в современной терминологии — неопределенную дескрипцию, играющую роль термина — знака, обозначающего предмет.

Числа возникают не только в ходе подсчета элементов совокупности элементов, но и косвенным путем, т. е. посредством операций счета, из которых основными яв-

ИСТОРИЯ ЛОГИКИ

ляются соединению и разделению. Если под операциями понимать действия с числами, то кроме указанных других операций нет. В арифметике понятие операции иное: здесь используется косвенная символизация чисел, характеризующая операции исключительно посредством отношений. Если бы в арифметике речь шла о числах как таковых, а не об их символизациях, то использование операций обязательно сводилось бы к лежащим в их основе действиям, т. е. требовало бы выполнения действительных соединений и разделений. Но в арифметике, отмечает Гуссерль, нет и следа этого. Нельзя не принимать во внимание различие между символическим и собственным представлением о числе. Все числовые представления, обнаруживаемые уже для немногих чисел в начале числового ряда, являются символическими и только такими и могут быть: «этот факт всецело и вполне определяет характер, смысл и цель арифметики». Те, кто говорит, что любые арифметические операции сводимы к соединению и разделению, правы, но следует трактовать это не в связи с действительной редукцией этих операций к соединению и разделению, но в связи с такой редукцией к символическим отношениям и формам, так что все, чем оперируют за пределами самых первых чисел, есть лишь символическое оперирование с символическими представлениями. Если бы для всех чисел мы располагали представлениями, так же как мы располагаем ими для начальных, то арифметика была бы не нужна, поскольку те сложные отношения между числами, которые мы открываем при вычислениях, были бы очевидны и наглядно даны в числовых представлениях. Это невозможно в силу конечности человеческой природы, и лишь бесконечный рассудок мог бы иметь настоящие представления обо всех числах. Так оказывается, что вся арифметика есть совокупность искусных средств для преодоления этого несовершенства интеллекта, и благодаря ей, там, где мы не можем иметь подлинных представлений, мы имеем понятия, например о бесконечном ряде, данные, однако, не собственным образом, но символическим.

Символическое, т. е. не являющееся данным собственным образом, — это представление при посредстве знаков, однозначно характеризующее предмет: созерцаемый дом и дом, описываемый как дом на пересечении двух таких-то улиц. Символизируются также общие и абстрактные предметы: красный цвет как частота колебаний, треугольник как фигура, сумма углов которой равна двум прямым. Символизации служат внешние знаки, например, «с3» как символ музыкального тона.

Символическое представление о множестве (частном случае множественного) появляется по Гуссерлю следующим образом. Сначала мы имеем ряд однотипных созерцаний — созерцаний объектов из множества, затем, видя их повторяемость, обрываем восприятие и заменяем созерцания их суррогатным представлением, дающим нам всю коллекцию объектов, долженствующую возникнуть при полном осуществлении начатого процесса. Это позволяет сразу понять, например, что в зале много людей. Такие операции суть операции второго порядка — представление по поводу представлений, в которых интендирована «вся коллекция». Это становится возможным при подчинении чувственного наглядного представления множества понятию о множестве, при котором относительно сформированного представления множества начинают осуществлять те мыслительные действия, которые можно осуществлять относительно соответствующего понятия, а именно схватывание наглядного целого

(множества), которое становится возможным благодаря формированию символического представления о совершающемся процессе последовательных (в любом порядке) наглядных представлений каждого мыслимого члена этого целого. В свою очередь, этому предшествует усмотрение целого (множества) как множества, возможность которого связана с некими непосредственно схватываемыми признаками множества. Здесь также в действие вступают представления второго порядка.

Предложенное Гуссерлем объяснение экстраполяции представлений, сформированных в сфере конечного, может быть распространено не только на сколь угодно большие совокупности и величины, но и на бесконечные. В случае бесконечного множества мы имеем символическое представление о неограниченно продолжающемся процессе образования понятия, под которым подразумевается, например, расширение некоторого множества объектов посредством добавления нового объекта. Для этого используется своего рода процедура: действуя в соответствии с ней можно имеющееся понятие (данное соединение предметов) преобразовать в другое, так чтобы оно было действительно отличным от исходного, и при этом, имея гарантию того, что в этом процессе никогда не произойдет возврата к какому-либо ранее уже полученному понятию. Здесь должны быть строго определены условия принадлежности какого-либо мыслимого предмета к такой расширяющейся совокупности. Это определение Гуссерля основано на интерпретации подвергнутого им ранее критике стандартного понимания порождения натурального ряда путем приписывания друг к другу «палочек» — чистых нечто. Становится понятно, что критика была направлена не на саму процедуру, а на такое ее понимание, согласно которому эта процедура и есть конституирование бесконечного ряда.

Бесконечность принадлежит к основополагающим свойствам понятия бесконечного ряда чисел потому, что это понятие предполагает бесконечный процесс — такой, в котором не может быть последнего шага. Конечно, здесь не может быть ничего в созерцании, так как нет возможности говорить о законченном множестве. Такого рода понятия в известной степени суть понятия воображаемые, имеющие «противологический» характер, который, впрочем, не мешает использовать их в обычном мышлении. Но в строгом логическом понимании, полагает Гуссерль, мы не можем использовать понятие бесконечного множества как нечто действительно допустимое, а интенция бесконечного множества абсурдна. Логически уязвимы как представление о бесконечном процессе, так и представление об области того, с чем он имеет дело и что он связывает своим понятийным единством. Здесь уже нет понятия множества в собственном смысле слова, но есть другое понятие, в котором понятие «множество» выступает в роли составной части.

Символическое представление чисел задает числовую систему, для которой существенным является понятие счета или вычисления. В широком смысле оно определяется как способ выведения искомого числа из данных. В узком смысле, с учетом механистического характера символических методик этого выведения, при котором исчезает весь лежащий в основе понятийный субстрат, понятие счета таково: «всякий подчиненный правилам способ выведения знака из знаков в какой-либо алгоритмической знаковой системе по присущим ей законам (или лучше, конвенциям) соединения, разделения и преобразования». Основной задачей арифметики Гуссерль называет

ИСТОРИЯ ЛОГИКИ

редукцию всех мыслимых числовых операций к некоторым абсолютно надежным и простым.

Реакция Фреге на «Философию арифметики» Гуссерля известна по его рецензии на эту книгу и подробно разобрана в литературе, в частности, в работе П. Н. Мирошниченко. При знакомстве с рецензией Фреге нельзя не заметить разительного расхождения двух подходов, так что критика Фреге оказывается столь же нерелевантной концепции Гуссерля, как и критические аргументы самого Гуссерля по отношению к концепции Фреге. Там, где Гуссерль идет путем реконструкции познавательного процесса, Фреге видит готовое явление, относительно которого требуется лишь адекватное применение анализа. При этом Гуссерль, как мы видели в случае с определениями равенства и тождества, нечувствителен к дескриптивной природе представления числа в естественном языке, а Фреге пренебрегает всякой осторожностью при формулировании понятий.

Подводя итог, выделим следующие особенности концепции Гуссерля, важные для понимания отношения антипсихологического и раннего феноменологического движения в теории познания к вопросам оснований математики и логицизма Фреге.

Во-первых, множество понимается Гуссерлем как редуцируемое к акту второго порядка — коллективному соединению, в ходе которого осуществляется одновременное совместное схватывание элементов множества и схватывание их по отдельности. Эта характеристика относится к элементарным множествам, т. е. таким, которые доступны одномоментному схватыванию. Получение более обширных множеств становится возможным только благодаря использованию механизмов символизации — несобственных представлений. Таким образом, множество может иметь только своего рода конструктивный характер, сохраняя если не наглядность, то воображаемую наглядность. Операции же теоретико-множественного характера, происходящие в чисто символической сфере, должны сохранять возможность редукции к конечным представлениям и символическим процедурам. В противоположном случае нельзя уже будет утверждать, что речь идет о множествах.

Во-вторых, отвергая традиционное определение тождества с помощью понятия взаимозаменяемости, а также отказываясь признавать пригодность установления взаимно однозначного соответствия между множествами в качестве критерия равенства множеств, Гуссерль не принимает во внимание дескриптивный характер выражений естественного языка там, где они призваны выразить число или описать совокупность. Мотивом этого является для Гуссерля невозможность построения указанных определений по стопам формирования соответствующих представлений и понятий, отталкиваясь от элементарных психических данных. Для Фреге и иных авторов дескриптивный характер соответствующих выражений естественного языка выступает в роли основания непосредственного перехода к символическим операциям собственно математического характера. Беспокоящая Гуссерля проблема для Фреге остается в стороне именно потому, что число и совокупность оказываются значениями дескриптивных фраз в ходе аналитического их преобразования, за которым, однако, скрывается метафизическая установка на различение сущности и свойства.

В-третьих, числа в начале числового ряда понимаются Гуссерлем как конституируемые все тем же коллективным соединением. Получение прочих чисел — дело

символических механизмов, а описание свойств всех вообще чисел и оперирование ими в арифметике целиком принадлежат символической сфере. Здесь центральными оказываются понятия счета и вычисления, механический или алгоритмический характер которых Гуссерль специально подчеркивает. Предполагается и возможность редукции любых арифметических операций к элементарным операциям соединения и разделения, прилагаемым к элементарным же, т. е. доступным единомоментному схватыванию в созерцании, числовым объектам. Здесь Гуссерль конституирует понятие основанной на алгоритмических операциях числовой системы, которое отсылает к специфической онтологии, выступающей для Фреге в роли центрального и исходного объекта исследования. «Основоположения арифметики» Фреге имели своей целью сформировать систему понятий, конституирующих систему чисел, — элементарную арифметику — как уже действующую систему исчисления арифметических истин, и это давало и дает основание называть подход Фреге «платонизмом». Подход Гуссерля, как мы убедились, прямо противоположен.

В-четвертых, бесконечные множества рассматриваются Гуссерлем как не вполне легальные с точки зрения логики, поскольку их компонентами оказываются «воображаемые понятия» — некие смеси идей и образов относительно построения таких множеств с помощью порождающих процедур. Если интенция последних ясна, то интенция бесконечной совокупности абсурдна. Для традиции логицизма бесконечность не представляет проблемы, коль скоро на вооружение взята канторовская теория множеств. Здесь, как и выше, виден специфически конструктивный характер подхода Гуссерля, очевидно несовместимый с логицизмом.