О. В. Черкашина, независимый исследователь

ЛОГИЧЕСКИЙ МНОГОУГОЛЬНИК ДЛЯ СУЖДЕНИЙ ОБ ОТНОШЕНИЯХ

В работе формулируются принципы построения фигур для выражения отношений между суждениями о двух-, трех- и более -местных отношениях (по аналогии с логическим квадратом, выражающим отношения между суждениями о свойствах).

Задача построения таких фигур, деление суждений об отношениях на виды, правила отрицания таких суждений, представление отношений между суждениями о двухместных отношениях в виде квазишестиугольников сформулированы Ю.В. Ивлевым. (См., напр., [1], стр. 32, 38-41, 47-48, 118.)

В качестве исходных рассматриваются суждения, выражаемые на языке логики предикатов замкнутыми формулами без внешнего отрицания, кроме того, не имеющими отрицания между кванторами и не являющимися сложными в том смысле, что сложные включают более одного предиката, обозначающего исследуемое отношение.

Исходя из аналогии с логическим квадратом, принимаем, что множество объектов, к которым относятся рассуждения, непусто. Возьмём два суждения об отношениях, различающиеся только тем, что первое утверждает нечто об отношении с участием всех обозначаемых данной переменной объектов (общее суждение), а второе утверждает то же самое для некоторых из этих объектов (частное суждение). В таком случае, частное **логически следует** из общего, то есть, истинно во всех случаях, когда истинно общее (однако общее не следует из частного: найдётся такая пара суждений соответствующего вида, что второе истинно, а первое ложно; отношение, при котором из A следует B и из B не следует A, называется отношением **подчинения**). Если частное суждение оказывается ложным, то соответствующее ему общее тоже ложно. Поскольку суждения об отношениях являются многоместными (в записи на языке логики предикатов это выражается наличием многоместного предиката и более чем одной квантифицированной переменной), одному общему суждению (в записи имеется квантор общности) могут соответствовать и более одного частного и одному частному (в записи имеется квантор существования) – более чем одно общее. Например, утверждению, имеющему форму (1)

$$\exists x\exists y(S(x)\&(P(y)\&\neg R(x,y)))\ (1)$$

– частно-частно-отрицательному (ЧЧО, здесь и далее называем суждения с учетом всех имеющихся в записи кванторов, но будем опускать указание на отрицательный или утвердительный характер суждений, однако всегда имея его в виду при отрицании суждений и рассмотрении отношений несовместимости) соответствуют следующие: частно-общее (ЧО), обще-частное (ОЧ) и обще-общее (ОО).

«При отрицании суждений об отношениях их качество и количество… меняются на противоположные» ([1], стр. 41). То есть, утвердительные – на отрицательные, обще-частные – на частно-общие и т.п. Суждение и его отрицание несовместимы по истинности и несовместимы по ложности – находятся между собой в отношении **контрадикторности**.

Сведения об отношениях подчинения и контрадикторности позволяют выявить отношения (отдельно) несовместимости по истинности и (отдельно) несовместимости по ложности между суждениями. (Отсутствие отношений несовместимости и следования между суждениями означает отношение независимости между ними.)

Построим фигуру, имеющую (2^n) вершин, выражающую иерархию отношений подчинения между суждениями об n-местных отношениях. Для n=2 берётся четырёхугольник (для суждений о двухместных отношениях более нагляден квазишестиугольник, в то же время при увеличении n возникает необходимость в упрощении фигуры). Для всякого n+1 фигура строится параллельным переносом («проецированием») фигуры для n вниз (или вниз и вбок) с сохранением прямых линий между каждой из вершин исходной фигуры и соответствующей вершиной её «проекции». «Проекция» находится ниже исходной фигуры, линии, принадлежащие одной из них, не пересекают линий другой (это не относится к линиям переноса). При этом обозначения вершин исходной фигуры сохраняются с прибавлением слева обозначения «О», а обозначения вершин «проекции» дублируют исходные, с прибавлением слева «Ч». Такая фигура всегда – многоугольник, расположенный так, что все вершины находятся на разном уровне.

Например, для n=3 подходит «прозрачный» (все вершины его видны) параллелепипед (количество вершин=2^3=8). Присвоим каждой вершине обозначения, начиная с верхней – вниз, последовательно: ООО, ООЧ, ОЧО, ОЧЧ, ЧОО, ЧОЧ, ЧЧО, ЧЧЧ (алгоритм создания такой последовательности аналогичен обычно применяемому в таблицах истинности). Для отрицания выбранного суждения меняем каждое «О» из его обозначения на «Ч» и наоборот, а также учитываем, что из утвердительного оно становится отрицательным (или наоборот – смотря по тому, каким оно было изначально). Отметим, что вершина, обозначающая выбранное суждение, симметрична вершине, обозначающей его отрицание, относительно точки пересечения диагоналей фигуры. Виды суждений, несовместимые по истинности с выбранным, находятся отрицанием исходного (это удобно сделать графически) и прослеживанием всех линий, идущих вверх от полученной точки непосредственно или через другие точки. Аналогично для несовместимости по ложности, однако при этом прослеживаются линии, идущие вниз. Предлагаемые фигуры позволяют также наглядно представлять разных видов несовместимость между группами суждений. В общем можно отметить, что несовместимые области симметричны относительно точки пересечения диагоналей фигуры.

(Автором настоящей работы подготовлены схемы, наглядно показывающие внешний вид и свойства соответствующих фигур. Одна из схем, базовая для отношений между суждениями о 5-и местных отношениях, представлена на рис. 1.)

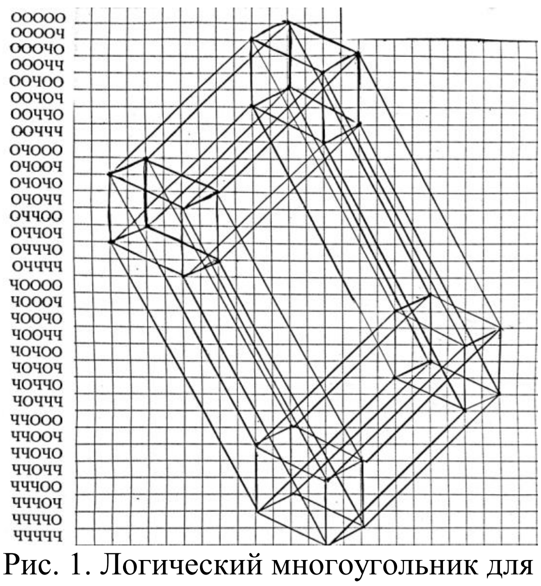

Рис. 1. Логический многоугольник для суждений о 5-и местных отношениях.

Литература

[1] Ивлев Ю.В. Логика: учеб. – 4-е изд., перераб. и доп. – М.: ТК Велби, Изд-во Проспект, 2008.-304с.