МЕТОДИЧЕСКИЙ КАБИНЕТ

Ангелина Боброва[1], *Татьяна Сальникова*[2]

ЛОГИКА И ДИАГРАММЫ. ОПЫТ ПРЕПОДАВАНИЯ[3]

Аннотация. В последние десятилетия университетские курсы логики довольно быстро сдают свои позиции. Исключением не являются и академические философские программы, для которых логика всегда являлась важной профильной дисциплиной. Логика оказывается слишком сложной, слишком абстрактной, а потому слишком оторванной от философии. В поисках выхода из сложившейся ситуации мы решили модифицировать курс, состоящий из привычных теорий, и включить в него диаграмматические подходы Венна, Лейбница, Пирса. Круговые схемы Эйлера при этом, разумеется, сохраняли свои позиции. Мы исходили из того, что студентам важно продемонстрировать задачи логики (те, которые предполагают вводные курсы): логика интересуется логическими отношениями, выводами и доказательствами, а не только тем, как они представлены через конкретные знаки конкретных теорий. В этой работе мы описываем результаты нашей коррекции. Безусловно, диаграммы не способны стать универсальным решением (они подходят далеко не всем), но для кого-то они могут показывать иконичность логических формул и процедуру вывода, приоткрывая тем самым природу логики. Такой вариант изложения материала обращает логику к философии и повышает ее привлекательность для ребят, которым не просто дается алгебра.

Ключевые слова: диаграммы, обучение логикой, круговые схемы Эйлера, линейные диаграммы Лейбница, диаграммы Венна, графы Пирса.

[1] *Боброва Ангелина Сергеевна* — кандидат философских наук, доцент, Российский государственный гуманитарный университет; доцент, Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики».

Angelina Bobrova, Candidate of Philosophical Sciences, associate professor, Russian State University for the Humanities; associate professor, National Research University Higher School of Economics.
angelina.bobrova@gmail.com

[2] *Сальникова Татьяна Викторовна* — старший преподаватель, Российский университет дружбы народов.

Tatyana Salnikova, senior lecturer, Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University).
salnikova-tv@rudn.ru

[3] Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ, грант № 20-011-00227 А «Визуальное представление логического знания: о месте логики в когнитивных исследованиях».

Angelina Bobrova, Tatyana Salnikova

LOGIC AND DIAGRAMS. TEACHING EXPERIENCE

Abstract. In recent years, logic courses are quickly losing ground. The introductory course of logic for philosophers, which has always been an integral part of their major, is not an exception. Logic turns out to be too complicated, too abstract, and too separated from philosophy. Trying to find a way out, we decided to modify the course by including diagrammatical approaches of Venn, Leibniz and Peirce. The set of known theories and the traditional functions of Euler's diagrams were preserved. We reasoned that diagrams could highlight that it is more important to understand key goals of logic (logical relations, consequence, inferences, etc. studies) rather than the syntax (certain signs) of certain theories. This paper reports the results of our investigations. We agree that diagrams cannot be seen as a universal solution (they cannot be great for everyone), but they clarify both the inferential processes and essence of logic for some students. This approach can turn logic back to philosophy, and this step can increase the attraction of logic even for those who are not much of algebra fans.
Keywords: diagrams, logic studies, Euler diagrams, Leibniz's linear diagrams, Venn's diagrams, Peirce's graphs.

Для цитирования: *Боброва А. С., Сальникова Т. В.* Логика и диаграммы. Опыт преподавания // Логико-философские штудии. 2022. Т. 20, № 1. С. 23–41. DOI: 10.52119/LPHS.2022.50.23.004.

1. Введение

Логика — один из самых сложных предметов в бакалаврском учебном плане философов. Она сложна и уровнем своей абстракции, и в техническом плане: искусственные языки возвращают студентов к математике, которая нередко вызывает грустные воспоминания о работе с набором заученных действий. У студентов, называющих себя гуманитариями, отношения с математикой не всегда дружелюбны, и логика по этой причине оказывается серьезным камнем преткновения. Немного сгущая краски, мы вряд ли сильно уходим от истины. Если такой студент приходит изучать философию, то логика с большой долей вероятности его шокирует: мы только отмучились, а тут все заново. Можно долго объяснять, что использование математических средств не превращает логику в математику, а изучить азы логики способен (и по-хорошему должен) любой гуманитарий. Продуктивнее, однако, позволить студентам самим увидеть, почему это так.

В своей статье мы не пытаемся разрешить споры о том, как следует преподавать логику философам, но лишь хотим поделиться своими наблюдениями над тем, что происходит, когда привычный набор тем и теорий дополняется диаграмматическими решениями. Кроме известных диаграмм Эйлера, мы обратились к подходам Лейбница, Венна и Пирса. Методу последнего мы уделяли особое внимание (причины станут понятны позднее). Работая с диаграммами, мы намеренно не ставили экспериментов, а лишь наблюдали за действиями студентов и их оценками: как, когда и почему они использовали графические методы. Нам были важны индивидуальные результаты, а не количественные измерения.

В «Логико-философских штудиях» уже выходила статья, посвященная анализу возможностей использования графов в преподавании, однако эта работа по большей части была теоретической (Боброва 2019b). Сейчас же мы предлагаем сосредоточиться на практических результатах. То, что нам удалось увидеть, описывается в третьем разделе статьи. В первом и во втором разделах мы оцениваем место диаграмм в курсе логике и знакомим читателя с ключевыми особенностями диаграмматических подходов.

2. Логический курс и диаграмматические теории

Курсы логики для студентов философских специальностей московских университетов обычно включает логику традиционную, элементы логик пропозициональной и первого порядка, а также обзора неклассических теорий. Обычно студентов уже на первых занятия знакомят с символическими методами и языками. Так как они близки к математике, в сознании заметного числа обучающихся они приобретают самоценность, а работа с ними — вид дурного алгоритма: есть формула, с которой требуется что-то делать по правилам. Например, от студентов можно услышать, что выбор оценки «И» или «Л» в таблицах истинности классической логики высказываний (КЛВ) определяется не смыслом логической связки (а потому соответствующей бинарной функцией), а значением «из исходной таблички», так что понимание природы таблиц остается в стороне.

Найти баланс между доступностью изложения и точностью передачи процедур следования, вывода или доказательства непросто. Поиск такого баланса идет не одно столетие. Средние века оставили нам мнемонические приемы для работы с категорическими суждениями и силлогизмами, свой вклад внесло и Новое время, когда акцент с заучивания правильных логических форм начал смещаться в сторону демонстрации того, что они правильны. Речь в данном случае идет не столько о визуальной наглядности, сколько об иконической (от «знак-икона»[4]) передаче логических процедур. Первые шаги в этом направлении были сделаны еще

[4]Знак-икона (икона) — вид знака, который имеет определенное сходство со своим объектом. В отличие от знака-символа, он репрезентирует информацию, делает ее извлекаемой: «икона обозначает (denotes) то, что символ коннотирует (connotes)» (Pietarinen, Bellucci 2017). Примерами тут могут быть чей-либо портрет, схема метро или диаграмма логических отношений. Икона и производная от нее иконичность не тождественны визуальному: для репрезентации в иконе могут быть задействованы любые органы чувств. О зрении мы говорим лишь потому, что чаще всего именно оно является для нас основным источником информации.

до становления символической логики. Именно в этот период особую популярность приобретают логические диаграммы. Есть свидетельства, что диаграммы существовали уже в Средние века и даже в античности, однако такого их изобилия как в Новое время ранее не существовало. Диаграммы можно найти в работах Г. В. Лейбница, И. Г. Ламберта, Л. Эйлера и др. (обзоры см. в работах Bellucci, Pietarinen, Moktefi 2014; Lemanski 2016). Чуть позднее они появляются у Дж. Венна, Л. Кэрролла, Ч. С. Пирса и даже Г. Фреге, который свою теорию первого порядка излагал в виде двумерных деревьев.

Исследователи выдвигают ряд гипотез относительно того, почему возникают графические способы записи, а также задаются вопросом о том, что отличает их от алгебраических способов репрезентации. Следует отметить, что отличий этих не так много, как может показаться на первый взгляд. Для нас же важно, что подобный стиль изложения способен неплохо моделировать логические отношения, то есть в буквальном смысле показывать ядро логики, а некоторым решениям удается передать и процесс вывода.

Так как чаще всего с диаграммами мы знакомили студентов уже после изучения соответствующих теорий символической и традиционной логик, они выполняли роль альтернативного аппарата, решавшего те же задачи, что и теория, но другими средствами. Такая последовательность делала изучение логических знаний более разносторонним, поскольку студенты не были привязаны к одному подходу. Кроме того, диаграммы позволяли разрывать связь между некоторым логическим термином (логическое отношение, вывод и пр.) и тем, что соответствует ему в уже освоенном языке символической логики. Обращение к графическим схемам не является единственным способом для решения названных задач. Неплохие результаты достигаются, если, например, параллельно с изучением КЛВ обращаться, скажем, к алгебре Дж. Буля.

В силу того что ядро курса составляют теории символической логики, мы в большей степени ориентировались на Пирса, так как его диаграммы позволяют работать с логическими законами, «наблюдать» ход вывода (разведение семантического и синтаксического уровней здесь не является принципиальным) и на пропозициональном уровне, и на уровне логики первого порядка. В случае же традиционной логики, кроме круговых схем Эйлера, мы предлагали студентам диаграммы Лейбница и Венна.

3. Диаграммы в логике и теория экзистенциальных графов

Если круговые схемы Эйлера, как правило, знакомы всем, кто проходил курс логики, подход Лейбница остается чем-то малоизвестным. Вместе с тем в его работах можно встретиться с диаграммами различного вида. Он предложил решение, напоминающее изображения Эйлера, сделав это задолго до знаменитых «Писем к немецкой принцессе о разных физических и философских материях» (Эйлер

2002), а кроме этого, разработал линейную версию диаграмм (см. рис. 1). Проверять силлогизмы (у Лейбница речь шла о так называемой фундаментальной силлогистике) последним методом довольно быстро и удобно.

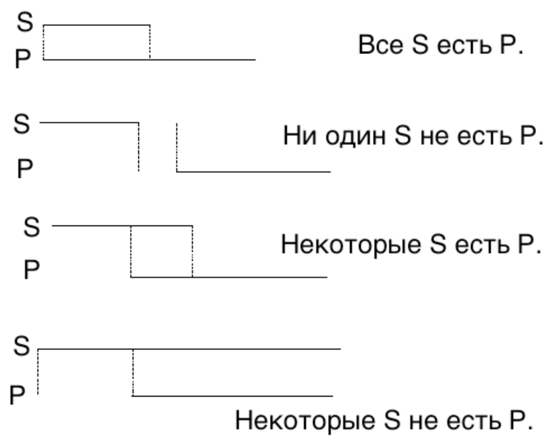

Рис. 1: Категорические суждения A, E, I, O и их линейные аналоги, соответственно

Диаграммы Лейбница, равно как и решение Эйлера, все же можно назвать лишь методом демонстрации логических отношений. К уровню логической теории диаграммам удается подступиться лишь в подходах Венна и Пирса, у которых графические схемы дополняются наборами правил. Если в диаграммах Эйлера или Лейбница мы наблюдаем заключение, то схемы Дж. Венна показывают процесс исключения ненужной информации. У Пирса же мы видим последовательность переходов, то есть процедуру трансформации посылок в заключение.

Диаграммы Венна более или менее известны[5], теория же Пирса, или теория экзистенциальных графов (здесь и далее ЭГ), требует хотя бы минимальных пояснений[6]. Строго говоря, мы имеем дело не с одной теорией, а с системой. ЭГ состоит из разделов («альфа», «бета» и «гамма»), которые по своим дедуктивным возможностям примерно эквивалентны логике высказываний, логике первого порядка и ряду неклассических теорий, а также теорий высоких порядков.

От своих известных «аналогов» теория отличается языком, так как оперирует графами, то есть диаграммами, являющимися аналогами высказываний (см. рис. 2). Ее алфавит, из знаков которого и образуются графы, включает лист, различные овалы, буквы латинского алфавита (своего рода метки) и линии тождества. В расширенной версии появляются точки (вырожденные линии), тинктуры (фактура: цвет, материал — листа, на котором размещаются графы), мосты (фрагменты пересечения линий тождества) и т. п.

[5]См. Кузичев 1968.

[6]Подробнее с ЭГ можно познакомиться, например, по работам: Roberts 1973; Sowa 2001; Shin 2002; Zeman 2002; Pietarinen 2006; Боброва 2017, 2018

Лист, при самом распространенном его толковании, является листом утверждений. Он оказывается местом, на котором размещаются графы. По этой причине все, что размещается на листе, считается существующим. Два графа на листе сочленяются между собой по принципу конъюнкции (существует A и B), а овал в его самой распространенной интерпретации понимается как отрицание (неверно, что существует то, что находится внутри овала). Пространство внутри овала, взятое вместе с самим овалом, называется вложением. Вложение может быть четным (окружено четным количеством овалов) и нечетным (окружено нечетным количеством). Исходный лист считается четной областью. Такое разделение нам нужно, чтобы получить возможность семантической интерпретации: области четного вложения соотносятся с истиной, а нечетной — с ложью. Читаются диаграммы снаружи внутрь, то есть сначала самый внешний знак, а потом более глубокие вложения. Примером тому будет последняя диаграмма на рис. 2.

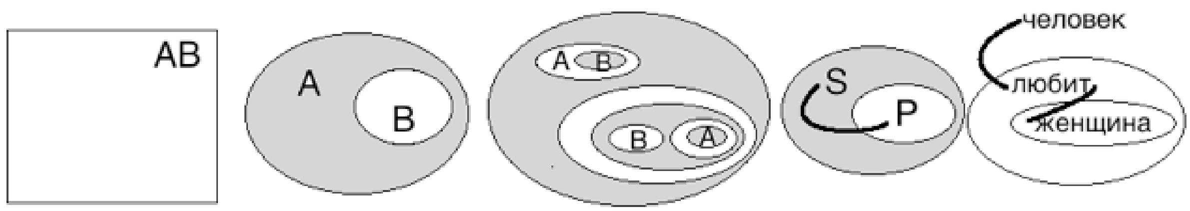

Рис. 2: Примеры диаграмм: $(A \ \& \ B)$; $\neg(A \ \& \ \neg B)$ или $(A \supset B)$; $((A \supset B) \supset (\neg B \supset \neg A)$; SaM (общеутвердительное суждение); «Существует человек, который любит женщин»

Диаграмма или граф, то есть высказывание, может быть размещена на листе, а также превращена или трансформирована в другой граф по правилам трансформации:

- размещать графы можно в области нечетного вложения, а убирать — из четной области[7];
- если один граф встречается в одной области несколько раз, его повторы можно убрать (аналогично мы можем убирать повторяющиеся графы, если они находятся в более глубоком вложении, то есть окружены большим количеством овалов, нежели исходный граф); это же правило действует и в обратную сторону, то есть графы можно дублировать либо в одной области, либо в области, окруженные большим количеством овалов;

[7]Тут отражается одна из фундаментальных идей дедукции: строя заключение, мы лишь выбираем из посылок искомые данные, оставляя остальное в стороне. Аналогичным образом, мы можем убирать графы из области утверждений (четная область). Добавлять что-то мы можем лишь в области отрицания (нечетная область), так как это логического следования опять не нарушит.

- два овала, если между ними нет никакого графа, могут быть убраны с листа утверждений или размещены на нем (правило полностью совпадает с законами введения и снятия двойного отрицания).

Перечисленные правила задают уровень «альфа» ЭГ, но на их базе можно задавать правила и для других разделов: правила попросту требуется расширить. В результате теория оказывается замкнутой относительно своеобразного представления о логическом следовании.

Принцип работы правил представлен на рис. 3, на котором показан вывод по modus tollens. Такие трансформации у студентов могут вызывать вопросы: привыкнув работать с буквами и скобками, они аналогичным образом воспринимают и графы, то есть удаления графа часто означает для них удаление буквы внутри овала. Однако это неверно, так как графом является не буква, а вся конструкция, то есть техническим знаком овал не является (ЭГ в подобных технических знаках не нуждается). Поняв это, студенты начинают пользоваться теорией активнее.

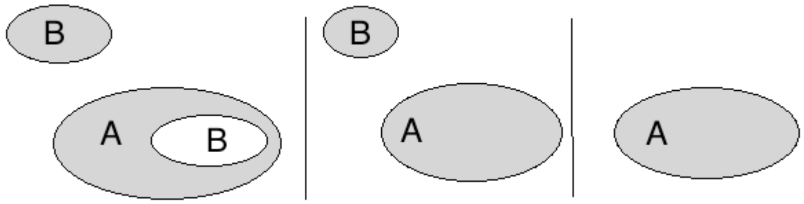

Рис. 3: (1) Размещаются посылки $[(A \supset B); \neg B]$; (2) удаляется внутренний граф $\neg B$ по правилу удаления дублирующих графов; (3) из четной области удаляется $\neg B$ как лишняя информация (первое правило)

ЭГ дают любопытное представление о доказательстве логических законов — они выстраиваются с пустого листа (рис. 4). Этот способ подтверждает тезис Л. Витгенштейна о том, что тавтологии ничего не говорят: «Тавтология не имеет условий истинности, потому что она безусловно истинна» (Тр. 6.461).

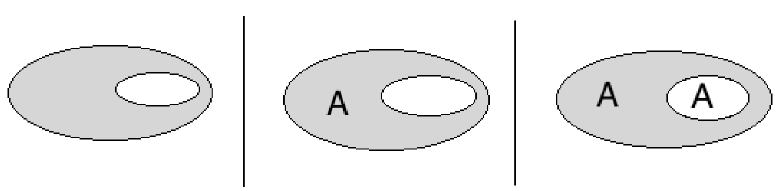

Рис. 4: Закон тождества: на первом шаге на листе утверждений размещается два овала (правило введения двойных овалов), далее в нечетной области размещается A (правило введения), после чего оно дублируется внутрь (правило дублирования)

Поработав с диаграммами разного вида, можно не только увидеть различия в их возможностях, но и осознать, что все логические знаки, если судить о них в терминах «икона», «индекс» и «символ», являются не только символами, как мы к тому привыкли, но и иконами. В этом смысле все логические конструкции оказываются иконами, а различие между формулами и диаграммами заключается лишь в том, что диаграммы оказываются более иконичными, нежели формулы (Pietarinen, Bellucci 2017). Получается, продуктивная работа логических знаков предполагает наличие в них иконического элемента, позволяющего как раз схватить ту общность, которую и предполагает дедукция.

В разных логических структурах иконичность может вести себя по-разному. Увидеть это позволяет различение *оперативной* и *оптимальной* иконичности, предложенное Стьернфельтом (Stjernfelt 2014): оперативная иконичность проявляется в нашей способности воспринимать теоретические шаги перехода от одного положения к другому, в то время как оптимальная иконичность отвечает за собственно набор логических обозначений, используемых в диаграмме или формуле (подробнее см. в Боброва 2019b). Таким образом, диаграммы (тут мы, наконец, выходим за рамки подхода Пирса) могут иконизировать различные составляющие рассуждений: идею перехода от посылок к заключению (логическое следование, вывод) или саму логическую форму. Кроме этого, они могут работать на разных уровнях анализа (May 2017; Moktefi 2015; Stjernfelt 2011; Wilson 2017). Если схемы Эйлера имеют семантическое основание, то у Пирса любая семантическая или прагматическая интерпретации оказывается внешней по отношению к синтаксическому построению (Боброва 2021; Bellucci, Burton 2020), хотя, конечно, не предполагая семантики, работать с диаграммами труднее. Поскольку дедукция с помощью ЭГ не сводится к работе по заранее заданным образцам (Боброва 2019b: 44), использование иконичности позволяет экспериментировать и открывать новые законы и схемы необходимых умозаключений (Hoffmann 2010, 2011; Pechlivandi 2017).

4. Оценка диаграмм студентами

В целом использование диаграмматических методов при изучении логики студенты оценивали довольно позитивно. Хорошо осваивались линейные диаграммы Лейбница, позволявшие выявлять заключение сразу после того, как на плоскости размещались посылки. В этом смысле они мало чем отличались от круговых схем Эйлера. Исключением, пожалуй, была их большая однозначность и простота: для каждого вида категорических высказываний фиксировалась линейная диаграмма, и все диаграммы легко сопоставлялись между собой. Позитивные эмоции вызвало и ощущение, что при решении методом Венна ты «вытаскиваешь заключение из посылок». Однако в буквальном смысле наблюдать за выводом позволяли все же диаграммы Пирса. В дополнении они делали очевидным различение между непротиворечивостью и следованием благодаря разведению принципов построения и прочтения ЭГ, а также процесса их трансформации. Для тех, кто только начинает изучать логику, этот нюанс имеет значение.

Небольшой набор знаков позволял быстро усваивать диаграммы, а их двумерность вынуждала выходить за рамки дурного действия по образцу (см. § 4.5). Нелинейность пространства и в самом деле приоткрывала те стороны логики, которых в случае алгебраических линейных решений оставалась бы вне внимания. Обращение к диаграммам должно было не только показать логические отношения, но и позволить студентам-философам размышлять над логическими и смежными с логикой проблемами эпистемологии, методологии и философии науки, этики и т. д. Именно эту гипотезу и подтвердили ответы студентов, которым удалось освоить диаграммные методы (см. § 4.5).

Ниже мы рассмотрим основные группы отзывов и покажем, с какими свойствами диаграмм они связаны. Группировки отзывов, конечно, условны, так как часто в своих ответах студенты указывали на несколько особенностей диаграмм. Впрочем, после любого курса можно встретить студентов, высказывающихся в духе: «все это странно и совсем непонятно», «логика непонятна, а диаграммы понятны еще меньше». Были они и у нас. Правда, к таким отвечающим стоит относиться осторожно, так как среди них довольно большой процент тех, кто даже не стремится разбираться в природе логического следования или в правилах построения вывода. С другой стороны, мы и не стремимся доказать, что диаграммы в логике являются ключом для понимания ее предмета. Однако для кого-то таким ключом они стать все же могут. Итак, какие ответы вызвали наш интерес?

4.1. «Диаграммы рисуют ход вывода, его начинаешь видеть всюду...»

Такой вариант ответа предлагали студенты, которым работа с диаграммами открывала иконическую природу вывода. В зависимости от выбранного подхода студентам удавалось, разобравшись с посылками, наблюдать либо заключение, либо процесс «превращения» посылок в заключение. Первую задачу в том или ином виде отлично выполняли диаграммы Венна, Эйлера или Лейбница. Вторая была под силу графам Пирса. В этой связи приведем лишь один комментарий:

> В целом диаграммы меня привлекают тем, что они могут быть удобной иллюстрацией (диаграммы Эйлера во время использования похожи на чертеж в школьной задаче по геометрии, хотя и все равно более абстрактный) или, и это меня сразу поразило, самим способом решения, как графы Пирса. Это было удобно, потому что я и так бы пыталась представить положение высказываний в пространстве, а тут были какие-то правила, как одна картинка перетекает в другую, и представлять стало проще.

В случае с ЭГ «диаграммы рисуют ход вывода» означало и то, что студенты начинали лучше понимать процесс преобразований. Такое случалось при сопоставлении ЭГ и алгебры Буля. Некоторые студенты с помощью диаграмм Пирса наконец понимали алгебру логики. Они ее довольно легко осваивали, так как после иконических диаграмм задачи последней оказывались для них очевиднее. Некоторые студенты методы Буля изучали раньше, но находили в диаграммах иллюстрации ходу своих мыслей, что давало им больше уверенности. Любой из двух вариантов облегчал понимание более сложных теорий.

Рис. 5: «Убивает»

Стоит отметить сугубо положительную реакцию студентов на «графы для первопорядковой логики». В этих диаграммах была задействовано линия тождества (рис. 5). Подчиняясь общим правилам графов, а потому и дедукции, она допускала разрыв в четной области и соединение в нечетной (см. первое правило и сноску в § 3). Это позволяло не только наблюдать за ходом решения, но и сокращать его: выводы в таких случаях оказывались заметно короче (см. § 4.3 и рис. 7).

В любом случае, как это сказано в другом комментарии, ЭГ оценивались как «необычный, но потенциально полезный [логический метод]. Он требует большой концентрации внимания, но он удобен при выявлении статуса формулы и позволяет посредством пошагового приведения исходного графа в результирующий определить, наблюдаем мы логическое следование или же нет».

4.2. «Да, это работает, но мне ближе алгебраические записи»

В такого рода комментариях обнаруживалась и негативная сторона диаграмм. Тут можно привести также замечания другого рода: «Этим способом неудобно проверять длинные сложные формулы с большим количеством связок, так как потребуется много места и хорошая память для запоминания того, что уже внес в схему, а чего еще нет»; «может запутать множество овалов на одном рисунке». Действительно, диаграмматический язык крайне беден, что, с одной стороны, помогает более явно демонстрировать ключевые идеи логики (операционная иконичность), но с другой — создаёт затруднения. Для сложных формул диаграмма оказывается тяжёлой для восприятия и осмысления. Хотя на рис. 6 показана диаграмма Пирса, то же самое можно сказать и в отношении диаграмм Венна и Эйлера.

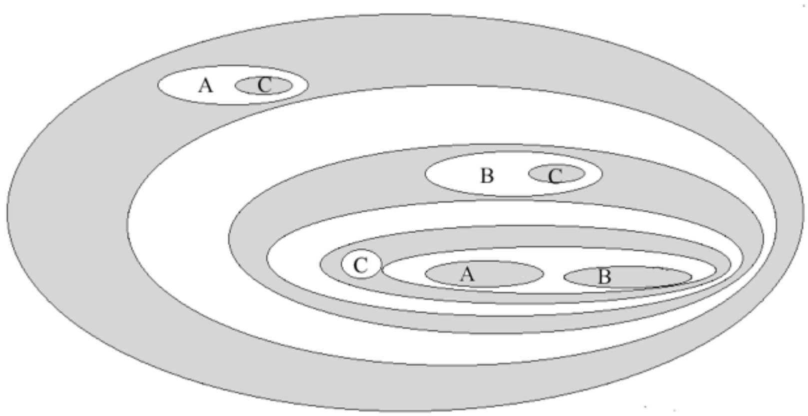

Рис. 6: Закон рассуждения по случаям

В 2016 году эту проблему в своей магистерской работе хорошо описала[8] Т. С. Козьякова, которая поставила перед собой задачу создать интерактивную программу, в которой бы решение силлогизмов сопровождалось визуальным рядом, построенном на базе диаграмм Эйлера (Козьякова 2016). Несмотря на положительный результат — такой вариант был найден, — автор была вынуждена признать, что большое количество терминов, а потому и кругов, порождает огромное количество модельных схем, что значительным образом затрудняет работу. В терминах, предложенных выше, это означает, что предполагаемая оптимальная иконичность практически исчезает. Сегодня, однако, все отчетливее формулируется мысль, что диаграммы уместнее рассматривать не как «визуальное сопровождение», а как вариант формальной записи. Понимая диаграммы только как иллюстрации, можно превратить работу с ними в бессмысленную или даже вредную (см. May 2017). Впрочем, и здесь есть свои особенности: для решения некоторых проблем тяжеловесность диаграмм препятствием не является, т. к. ни на что не влияет, как это, например, происходит при определение вида формулы (§ 4.4).

Впрочем, иногда отзывы из рассматриваемой здесь группы свидетельствуют только о том, что их авторы испытывают когнитивные трудности в работе с любыми схемами. Манипуляции с формулами для них легче, а сами формулы оказываются иконичнее диаграмм. Впрочем, детали этой проблемы мы оставляем на откуп психологам.

4.3. «Через диаграммы быстрее...» и проще

Такой ответ можно было услышать и от сторонников диаграмматических решений, и от тех, кто предпочитает алгебраический способ, так как здесь речь идет не о предпочтениях, а об объективном количестве шагов, которое может потребоваться для решения той или иной задачи. В большей степени это замечание опять же относится к ЭГ, хотя «перепадает» и диаграммам Эйлера или Лейбница. Они, например, оказываются удобными для решения не только силлогизмов, но и соритов, которые в этом случае не надо анализировать и раскладывать на простые силлогизмы. Все, что требуется, — поискать графическую контрмодель.

Диаграммам же Пирса и в самом деле удается сократить решения по сравнению с тем, что можно встретить в теориях с привычной нотацией. Если доказывать, что из $\exists x(Px \mathbin{\&} Qx)$ можно получить $(\exists xPx \mathbin{\&} \exists xQx)$ в натуральном исчислении или, скажем, методом аналитических таблиц, требуется совершить более одного шага. В это же самое время ЭГ как раз одним шагом и ограничиваются (рис. 7). К слову, ЭГ позволяют сразу увидеть, что в обратную сторону переход работать не будет.

[8]Благодарность за эту работу следует выразить и А. Г. Кислову, научному руководителю Т. С. Козьяковой.

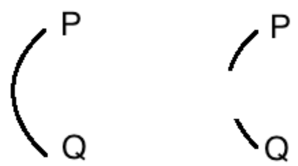

Рис. 7: Из $\exists x(Px \ \& \ Qx)$ можно получить $(\exists xPx \ \& \ \exists xQx)$ по правилу удаления информации в четной области

На подобную особенность диаграмм студенты обращают внимание в связи с проблемой разрешимости: на уровне логики высказываний «графы помогают решить задачу определения статуса формулы быстрее остальных методов, ибо все, что требуется, — нарисовать схему». В самом деле, если какой-либо фрагмент диаграммы оказывается в четной и нечетной областях, но при этом ее самым внешним знаком является овал (отрицание), перед нами тавтология. Если какой-либо фрагмент диаграммы оказывается в четной и нечетной областях, но при этом внешнего овала нет, мы имеем дело с тождественно-ложной формулой. В остальных случаях формулы оказываются логически недетерминированными (Боброва 2019a). Как писали студенты, для классической логики надо понимать, что «запрет на противоречие присутствует в графе каждого закона», — после подобной реплики сложно не возвратиться к важности акцента на различении непротиворечия и следования. Разрешимость в графах, как это и должно быть, перестает работать на уровне двуместных и более чем двуместных предикатов, так как в этом случае при трансформации диаграмм линии тождества могут «запутываться» (местность предикатов в графах определяется количеством линий). Этот нюанс требует, конечно, отдельного пояснения.

Важным фактором оказывается и время: «Графы позволяют отражать информацию в виде картинок, которые понимаются человеком быстрее, чем текст». Кроме того, даже максимально «запротоколированные правилами» графы Пирса порой кажутся студентам проще, чем аналогичные теории, излагаемые в привычной, назовем ее алгебраической, нотации: «Экзистенциальные графы всего лишь требуют понимания того, что такое граф, четное и нечетное вложение и буквально несколько правил преобразования, которые, на мой взгляд, просты для понимания».

4.4. «Наконец стало понятно, к чему все это было...»

«Стало понятно» может, как известно, означать многое. В большинстве своем студенты философских специальностей использовали этот оборот, когда у них получалось не просто увидеть вывод, но и связать проблемы логики с философией. Сегодня курс логики стоит далеко от философских вопросов, а потому рассказывать студентам о философских возможностях логики — задача трудная, так как для них сложными оказываются и сами проблемы, и способны их решения. Методы диаграмм (тут выбор снова падает на ЭГ) позволяют иконизировать некоторые философские вопросы, делая тем самым их понимание более доступным.

Выше уже не раз упоминался Витгенштейн с его трактовкой роли тавтологий (§ 2). Кроме этого, ЭГ дают изящный ответ на его другой вопрос: «Как должна быть устроена система знаков, чтобы каждая тавтология распознавалась в ней одним и тем же способом?» (Wittgenstein 2012). Ответом является наличие прозрачной процедуры разрешимости. В ЭГ на уровне «альфа» она оказывается максимально близкой к мысли Витгенштейна, что отмечали и студенты, хотя многие из них с проблематикой «Трактата» не были знакомы вовсе: «нужно всего лишь нарисовать схему».

По мере знакомства с диаграммами студенты сами смогут расширять список философских проблем, некоторые из которых были перечислены в работе (Боброва 2019b), ибо, как пишут учащиеся,

> теория экзистенциальных графов представляет собой реализацию утверждения, что логика является лишь иным названием для семиотики. Мысли здесь передаются с помощью разных знаков, ключевые знаки — знаки-иконы. Пирс в своем методе показывает нелинейный способ представления знаний. И в целом графы не делают акцента на лингвистической стороне высказываний, что позволяет нам посмотреть на них с другой стороны.

Высказанное верно для любых диаграмм, хотя ЭГ опять же оказываются в особом положении, поскольку не следует игнорировать философское основание, на котором основывает свою теорию Пирс.

4.5. Решая графически, «нам часто приходится самим размышлять о том, как правильно сделать, потому что не всё понятно по правилам»

В этом разделе мы собрали оценочные высказывания, которые, как нам показалось, позволяют преподавателям не только оценивать результаты своей работы, корректируя дальнейшее изложение курса, но и размышлять над какими-то своими интуициями.

Работая с графами, студенты отмечали творческую составляющую логики, а потому и дедукции. Они указывали на то, что графы заставляли их думать:

> Применяя экзистенциальные графы, нам необходимо нарисовать сам граф, опираясь на определённые правила. Но если при решении задач с помощью нормальных форм формул мы действуем в строгом соответствии с алгоритмами, то в экзистенциальных графах Пирса на практике нам часто приходится самим размышлять о том, как правильно сделать, потому что не всё понятно по правилам.

В этом смысле, получается, что через графы достигаем поставленной цели — избежать решений логических задач по образцу.

«Когда понял, как работают графы, мне стало очень нравиться так решать», — пишет другой студент. Но тут же он замечает, что в графах ему не хватает строгости, которую он почему-то называет системностью: «В графах меньше системы. Под этим я имею в виду возможность нарисовать разного размера круги, в разных частях другого круга и т. д.» Похоже, что свобода диаграмм от лишних технических ограничений, которая для кого-то оказывается благом, в данном случае превращается в недостаток. Говорит ли данный комментарий о том, что студенту не хочется уходить от запротоколированных решений, т. е. решений по образцу? Вполне возможно, хотя с такими оценками все же стоит разбираться отдельно в каждом конкретном случае.

Продолжая тему неоднозначных комментариев, нельзя обойти и размышления, в которых студенты подчеркивают, насколько диаграммы Пирса изящны и удобны при построении больших формул (подобные ответы были не единичны). На первый взгляд, такая оценка кажется контринтуитивной, так как большие диаграммы как раз наоборот приобретают тяжеловесность (см. рис. 6). С другой стороны, может оказаться, что студенты указывают на особенности, которые мы ранее оставляет на периферии. Например, такие студенты могут ограничиваться процедурой построения диаграмм, оставляя в стороне их последующее прочтение. Получается, что студенты разводят процедуры, которые в монологическом дискурсе сопровождают друг друга. Получает иллюстрацию известное положение: мысль, высказанная в диалоге, не обязательно точно воспроизводится при ее понимании.

Закончить этот небольшой подраздел хотелось бы любопытным комментарием, в котором весьма органично суммируются некоторые особенности рассмотренных выше диаграмм:

> Человек с развитым пространственным мышлением намного проще будет воспринимать графы, однако если у человека развито визуальное мышление, то он намного проще будет воспринимать таблицы и процессы приведения формул к нормальным. Безусловно, и в графах требуется визуальное мышление, однако сам процесс восприятия отличается. Все-таки во время построения графа человек думает об образах построения, даже если он пользуется уже заученными формулами построения, а приводя формулу к нормальной, человек задействует уже зрительный процесс, который требует внимательного рассмотрения хода решения.

Заметим, что здесь говорится не столько о том, что диаграммы легче даются людям с образным мышлением, сколько о том, что за терминами «визуальность (наглядность) логики» и «восприятие логических процедур» скрываются кардинально разные понятия. Студенту самостоятельно (на основе решения логических задач) удается развести процедуры, которые затрагивают ключевую семиотическую идею Пирса: иконичность диаграмм не должна отождествляться с наглядностью. Все эти замечания и оценки говорят о том, что логика может быть интересна не только тем, кто оказывается неравнодушен к ее формальным системам. Логика способна порождать актуальные вопросы относительно мироустройства, а потому по праву занимает ключевое место в системе философского образования.

4.6. Время знакомства с диаграммами и результаты их использования

В силу временных ограничений (логические курсы, как и многие другие, заметно урезаны) графические решения мы давали уже после привычных алгебраических. Поэтому нам было крайне сложно проверить позицию Д. Робертса, у которого студенты сначала проходили современную теорию через диаграммы Пирса, а потом обращались к привычной нотации. Робертс утверждал, что в таких случаях переход был быстрым и гладким (Roberts 1973). Похоже, что так оно и должно быть, так как диаграммы способствуют пониманию логических связей, ибо задаются в них в более явном виде.

Косвенно эту мысль мы можем подкрепить опытом работы со студентами, имевшими очень небольшой по продолжительности курс логики, так что при изложении силлогистики максимально использовались именно диаграммы. На них теория опиралась изначально, а уже после фиксировались правила, в том числе и для проверки силлогизмов. При выполнении контрольных заданий значительная часть студентов обращалась к диаграмматическим методам, которые, по их мнению, были самым простым способом проверки следования или обнаружения противоречий.

В нормальном курсе диаграмматические решения использовались иначе. На уровне силлогистики круговые схемы Эйлера, которые разбавлялись методами Лейбница, шли вкупе с системами правил. Знакомство же с диаграммами Венна или Пирса (в первую очередь речь идет все же о Пирсе) обычно шло позднее изучения той же КЛВ. В результате студенты не столько переходили в эти теории, сколько использовали их для проверки и поиска решений задач, которые изучались на уровне КЛВ или в логике предикатов. Речь в данном случае шла о своего рода метаподходе: я использую диаграммы, чтобы решить задачу, заданную в КВЛ. Так, популярным был поиск эквивалентных и контрадикторных формул. Обнаружить две-три формулы было совсем не сложно, а на решение уходило довольно мало времени. В этом случае студенты смотрели на теорию графов через призму более богатого языка КЛВ, что позволяло им читать граф, используя разные логические связки (конъюнкции, дизъюнкции и импликации). Аналогичный метод использовался и для поиска контрадикторных высказываний с той лишь разницей, что исходный граф требовалось окружать еще одним овалом. Решение подобных задач позволяло ухватить идею взаимовыразимости. Впрочем, как мы убедились, кому-то все же нравилась и работа в самой теории, например при проверке следования.

Так как мы намеренно избегаем в своей статье любых статистических выкладок, ограничимся лишь замечанием, что студенты довольно успешно осваивали такие методы, а при выполнении контрольных заданий с диаграммами всегда справлялась бóльшая часть курса. Кроме того, они не отказывались использовать в своих решениях диаграммы и тогда, когда они уже могли выбрать теорию, в которой им удобно решать ту или иную задачу.

5. Вместо заключения

Итак, при изучении логики диаграммы не только вписываются в рамки учебных курсов, но и находят в них свое ясное место. Они, демонстрируя иконичность любой логической нотации, весьма неплохо указывают на задачи логики, что способствует пониманию ее предмета. Диаграммы не заменяют формулы, но становятся альтернативой, что нередко позволяет студентам не зацикливаться на возможностях изученной логической теории, а заниматься решением собственно логических проблем, для которых, возможно, потребуются новые теории. В этом смысле диаграммы, как бы неожиданно это ни звучало, позволяют экспериментировать, что опять же выставляет в новом свете предмет логики. Диаграмматизация или, что точнее, иконизация абстрактных логических отношений способна сделать логику «более осязаемой» и более доступной для студентов, хотя само знакомство с диаграммами и требует известных усилий. Она же позволяет устанавливать связи между логикой и философией. В качестве примера, мы указали на корреляции ЭГ с идеями Витгенштейна, продемонстрировав, каким образом графы проясняют его не всегда отчётливые положения.

Объяснимо обращение к диаграммам и на интуитивном уровне: если мы чего-то не понимаем, то пытаемся собрать имеющуюся информацию в схему, то есть рисуем графические модели. Диаграммы Эйлера или Венна присутствовали в логических курсах и ранее, однако внедряемые нами графы Пирса пришли в российскую традицию преподавания недавно. Они использовались в курсах логики для философов в НИУ ВШЭ, РГГУ, РУДН и практически во всех случаях находили своих приверженцев. Отзывы об опыте работы с диаграммами Пирса можно встретить и в мировой практике (Боброва 2019b; Vile 1997; Vile, Polovina 2005).

Как любой метод, диаграммы принимаются далеко не всеми. Их предпочитают использовать люди с так называемым образным типом мышления, которые стремятся «рассмотреть» логические связи, хотя комментарии последнего года все настойчивее подталкивают нас к уточнению этой известной истины. В любом случае диаграммы не мешают планомерному обучению логике, а перед кем-то даже открывают двери в логические исследования. Графические подходы не могут полностью заменить привычные способы представления логических теорий, но положительные результаты, которые мы смогли получить, выражающиеся в росте интереса к предмету и общей логической грамотности, в появлении логических проблем и методов в темах научных работ, говорят о том, что сделанный нами шаг не лишен смысла. Другими словами, если обращение к диаграммам хотя бы у части студентов повышает интересен к предмету и уровень логической культуры, введение их в курс выглядит весьма уместным.

Литература

Боброва 2017 — *Боброва А. С.* Логическая теория, построенная геометрическим образом // Логико-философские штудии. 2017. Т. 15, № 1. С. 28–43.

Боброва 2018 — *Боброва А. С.* Диаграмматические теории (Дж. Венн, Ч. С. Пирс) и логическое следование: Учебное пособие. М.: ВАВТ, 2018.

Боброва 2019a — *Боброва А. С.* Как сделать тавтологии ясными? // Логические исследования. 2019. Т. 25, № 1. С. 20–36.

Боброва 2019b — *Боброва А. С.* Обучение графами — диаграммы Ч. С. Пирса и преподавание логики // Логико-философские штудии. 2019. Т. 17, № 1. С. 32–50.

Боброва 2021 — *Боброва А. С.* Логика и возможности иконического анализа рассуждений // ΠΡΑΞΗΜΑ. 2021. № 1 (27). С. 7–24.

Витгенштейн 1994 — *Витгенштейн Л.* Логико-философский трактат // Витгенштейн Л. Философские работы (часть I) / пер. с нем. М. С. Козловой и Ю. А. Асеева. М.: Гнозис, 1994. С. 3–73. (Цитируется как Тр. с последующим указанием номера части и параграфа.)

Козьякова 2016 — *Козьякова Т. С.* Интерактивные программные решения как визуальное сопровождение силлогистических теорий / дис. магистра. Екатеринбург, 2016.

Кузичев 1968 — *Кузичев А. С.* Диаграммы Венна. История и применения. М., 1968.

Эйлер 2002 — *Эйлер Л.* Письма 102–106 // Письма к немецкой принцессе о разных физических и философских материях. Т. 2. СПб., 2002. С. 217–239.

Bellucci, Burton 2020 — *Bellucci F., Burton J.* Observational Advantages and Occurrence Referentiality // Diagrammatic Representation and Inference 2020 / ed. by A.-V. Pietarinen et al. Cham: Springer, 2020. P. 202–215.

Bellucci, Pietarinen, Moktefi 2014 — *Bellucci F., Pietarinen A.-V., Moktefi A.* Diagrammatic autarchy. Linear diagrams in the 17th and 18th centuries // Proceedings of the International Workshop on Diagrams and Cognition / ed. by J. Burton, L. Choudhury. 2014. P. 23–30.

Bellucci, Pietarinen 2017 — *Bellucci F., Pietarinen A-V.* Two Dogmas of Diagrammatic Reasoning: a View from Existential Graphs // Peirce on Perception and Reasoning: From Icons to Logic / ed. by K. A. Hull, R. K. Atkins. New York, NY: Routledge, 2017. P. 174–196.

Hoffmann 2010 — *Hoffmann M. H. G.* Diagrams as Scaffolds for Creativity // Proceedings of the 7th AAAI Conference on Visual Representations and Reasoning. 2010. P. 42–

49. URL: http://aaai.org/ocs/index.php/WS/AAAIW10/paper/view/2027 (accessed: 17.08.2017).

Lemanski 2016 — *Lemanski J.* Means or End? On the Valuation of Logic Diagrams // Логико-философские штудии. 2016. Т. 14, № 4. С. 98–121.

May 2017 — *May M.* Graphs as Images vs. Graphs as Diagrams: a Problem at the Interception of Semiotics and Didactics // Peirce on Perception and Reasoning: From Icons to Logic / ed. by K. A. Hull, R. K. Atkins. New York, NY: Routledge, 2017. P. 107–118.

Moktefi 2015 — *Moktefi A.* Is Euler's circle a symbol or an icon? // Sign Systems Studies. 2015. Vol. 43, no. 4. P. 597–615.

Pietarinen, Bellucci 2017 — *Pietarinen A.-V., Bellucci F.* Two Dogmas of Diagrammatic Reasoning. A View from Existential Graphs // Peirce on Perception and Reasoning. New York: Routledge, 2017. P. 174–196.

Pechlivandis 2017 — *Pechlivandis C. A.* What Is Behind the Logic of Scientific Discovery? Aristotle and Charles S. Peirce on Imagination // Peirce on Perception and Reasoning: From Icons to Logic / ed. by K. A. Hull, R. K. Atkins. New York, NY: Routledge, 2017. P. 132–146.

Pietarinen 2006 — *Pietarinen A.-V.* Signs of Logic: Peircean Themes on the Philosophy of Language, Games, and Communication. Dordrecht: Springer, 2006.

Roberts 1973 — *Roberts D.* The Existential Graphs of Charles S. Peirce. The Hague: Mouton, 1973.

Shin 2002 — *Shin S.-J.* The Iconic Logic of Peirce's Graphs. Cambridge, Mass.: MIT Press, 2002.

Sowa 2001 — *Sowa J.* Existential Graphs: MS 514 by Charles Sanders Peirce with commentary by John F. Sowa. 2001. URL: http://www.jfsowa.com/peirce/ms514.htm (accessed: 23.02.2022).

Stjernfelt 2011 — *Stjernfelt F.* On Operational and Optimal Iconicity in Peirce's Diagrammatology // Semiotica. 2011. Vol. 186, iss. 1–4. P. 395–419.

Vile, Polovina 2005 — — *Vile A., Polovina S.* Possibilities in Peirce's Existemtial Graphs for Logic Education // Informal proceedings of BSRLM. 2005. URL: http://bsrlm.org.uk/wp-content/uploads/2016/02/BSRLM-IP-18-12-18.pdf (accessed: 01.02.2019).

Vile 1997 — *Vile A.* Logic as Semiotics—Peirce's Existential Graphs and Possibilities for Making More Sense in Learning Logic // Philosophy of Mathematics Education Journal. 1997. No. 10. URL: http://socialsciences.exeter.ac.uk/education/research/centres/stem/publications/pmej/pome10/art5.htm (accessed: 01.02.2019).

Wilson 2017 — *Wilson A.* What do We perceive? How Peirce "Expands Our Perception" // Peirce on Perception and Reasoning: From Icons to Logic / ed. by K. A. Hull, R. K. Atkins. New York, NY: Routledge, 2017. P. 1–13.

Wittgenstein 2012 — *Wittgenstein L.* Wittgenstein in Cambridge. Letters and documents 1911–1951 / ed. by B. McGuinness. Oxford: Blackwell, 2012.

Zeman 2002 — *Zeman J.* The Graphical Logic of C. S. Peirce. PhD dissertation, University of Chicago, 1964.