

Оксана Черкашина¹

ЛОГИЧЕСКИЕ ДИАГРАММЫ ДЛЯ ВЫСКАЗЫВАНИЙ ОБ ОТНОШЕНИЯХ

Аннотация. Предлагаемые диаграммы позволяют иллюстрировать и выявлять логические отношения между высказываниями об n -местных отношениях между субъектами, где n — произвольное натуральное число, большее 1, одно и то же в рамках одной диаграммы. Данные диаграммы сходны с кругами Эйлера, но имеют дело с высказываниями об отношениях, а не непосредственно с множествами.

Выявляемые логические отношения включают противоречивость, контражность, субконтражность, подчинение. Предлагаемые диаграммы позволяют обосновать вывод о наличии между высказываниями отношения независимости, что при использовании других логических систем представляет известные трудности; выявить, в связи с чем высказывания совместимы или несовместимы по истинности и по ложности.

Ключевые слова: высказывания об отношениях, отношения между высказываниями.

Oksana Cherkashina

LOGICAL DIAGRAMS FOR PROPOSITIONS ABOUT RELATIONS

Abstract. The proposed diagrams allow to illustrate and discover logical relations between propositions about n -place relations, where n is any natural number larger than 1, the same number throughout the diagram.

The discovered relations include contradiction, contrariety, subcontrariety, and subalternation. The diagrams are similar to Venn diagrams, but are intended for propositions about relations, not for sets as such.

The diagrams allow to justify conclusions about independence (unconnectedness) relations between propositions, a task that meets with certain difficulties when using other logical systems. The diagrams allow to discover what makes the propositions in question capable—or incapable—of being true together, or false together.

Keywords: propositions about relations, Aristotelian relations.

Для цитирования: Черкашина О. В. Логические диаграммы для высказываний об отношениях // Логико-философские штудии. 2022. Т. 20, № 3. С. 266–274. DOI: 10.52119/LPHS.2022.60.38.004.

¹Черкашина Оксана Викторовна — кандидат юридических наук, affiliated scholar, МЦИС при философском факультете МГУ.

Oksana Cherkashina, Doctor of Law, Master of Philosophy; Moscow Center for Consciousness Studies, Philosophy Faculty, Lomonosov Moscow State University.

Ch.O.Logic@zohomail.com

Общие положения

Предлагаемые диаграммы позволяют как иллюстрировать, так и выявлять логические отношения между высказываниями об n -местных отношениях, где n — произвольное натуральное число, одно и то же в рамках одной диаграммы. Выявляемые логические отношения включают совместимость и несовместимость по истинности и по ложности. Это позволяет делать выводы о наличии или отсутствии между рассматриваемыми высказываниями логических отношений **контрадикторности, контрарности, субконтрарности, независимости**. Могут выявляться также наличие или отсутствие отношений следования и, соответственно, **подчинения**.

Данные диаграммы относятся именно к высказываниям, а не непосредственно к фактам действительности и позволяют выражать в том числе противоречия. В одной диаграмме может быть представлено и больше чем два высказывания.

Предлагаемые диаграммы позволяют обосновать вывод о наличии между высказываниями отношения независимости (то есть об отсутствии между ними несовместимости и подчинения), что представляет известные трудности при использовании других систем, как лингвистических, так и графических. Представляется, что полученные результаты могут быть использованы и для построения в дальнейшем диаграмм, аналогичных «кругам Эйлера», но для отношений (представленные здесь диаграммы — для высказываний об отношениях).

Предлагаемые диаграммы позволяют выявить, благодаря чему рассматриваемые высказывания совместимы или из-за какого элемента не совместимы по истинности, выявить, в связи с чем высказывания совместимы или несовместимы по ложности.

Под «высказыванием об отношениях» мы понимаем высказывание с более чем одним² субъектом, каждый из которых снабжен квантификацией, и со строго одним предикатом, выражающим отношение между этими субъектами, причем при предикате может стоять отрицание; это высказывания, имеющие форму «*Всякий/некоторый* S_1, \dots и *всякий/некоторый* S_n находятся/не находятся в отношении R^n ».

Пример: «*Всякий человек любит некоторую книгу*».

В дальнейшем нам потребуется иметь в виду следующие сведения о рассматриваемых высказываниях и их элементах. Множества субъектов (S_1, \dots, S_n) непусты и неуниверсальны, не являются они и единичными. «Некоторые» означает «по крайней мере некоторые». Предикат R^n выражает логически возможное отношение между субъектами из этих множеств, и для любого набора субъектов, взятых из каждого из этих множеств, верно, что они находятся друг с другом либо в от-

²Возможно и построение аналогичной диаграммы для $n = 1$, в таком случае она будет отражать отношения между высказываниями о свойстве. Такая диаграмма очень близка к «кругам Эйлера» или даже совпадает с ними (с поправкой на чисто внешние модификации).

ношении R^n , либо в отношении $\neg R^n$. Каждое высказывание характеризуется по качеству как отрицательное или утвердительное в зависимости от того, стоит ли при предикате отрицание или нет (ни в какой другой части высказывания отрицание находиться не должно — иначе мы или приводим высказывание к охарактеризованной выше форме или не рассматриваем). Каждый субъект рассматривается как находящийся на своем месте n -местного отношения: S_1 — на первом месте, S_i — на i -м. Высказывание характеризуется по количеству как общее или частное в зависимости от квантификации субъекта (о всех или некоторых элементах данного множества субъектов идет речь) — но, поскольку субъектов с квантификацией больше чем один, количественная характеристика состоит не из одного, а из n элементов, по одному для каждого субъекта. Эти элементы характеристики расположены последовательно: сначала дается характеристика квантификации для S_1 , затем для S_2 и так далее, вплоть до S_n (это элементы на 1-м, 2-м, ..., n -м месте характеристики). Приведенное в примере высказывание о двухместном отношении является обще-частным, утвердительным. (Подробнее о высказываниях об отношениях и их характеристиках см. Ивлев 2008: 31–32.)

Для выявления отношений между высказываниями последние должны быть сопоставимыми, в том числе должны в одних и тех же терминах утверждать или отрицать наличие одного и того же отношения между субъектами из одних и тех же множеств. Определения отношений между высказываниями стандартные.

Построение диаграмм. Связь между формой высказываний и отношением между ними, графическое представление связи

Рассмотрим исходную диаграмму для R^3 (рис. 1). R^3 (и вообще R^n) — знак для рассматриваемого n -местного отношения, $\neg R^n$ — знак для отрицания этого отношения. Обозначения S_1, S_2, S_3 и вообще S_i относятся к множествам субъектов, элементы которых (множеств), любые или только некоторые, могут находиться в рассматриваемом отношении на i -м месте отношения. Каждое такое обозначение приведено на диаграмме дважды, справа и слева, для удобства восприятия, но обозначения с одинаковым индексом относятся к одному и тому же множеству субъектов.

Чтобы трансформировать диаграмму для других n , достаточно поменять индекс у обозначений местности отношения R и уточнить список субъектов.

В одной диаграмме может быть представлено и больше чем два высказывания, при этом утвердительные всегда изображаются начиная с левой стороны графика, а отрицательные — с правой. Для каждого i -го субъекта рассматриваемого высказывания об отношении проводится горизонтальная линия: короткая, если i -му месту n -местного предиката в этом высказывании соответствует элемент «-частно-» характеристики этого высказывания, и длинная, если элемент «-обще-». Соответственно, нахождение горизонтальной линии, исходящей от обозначения субъекта,

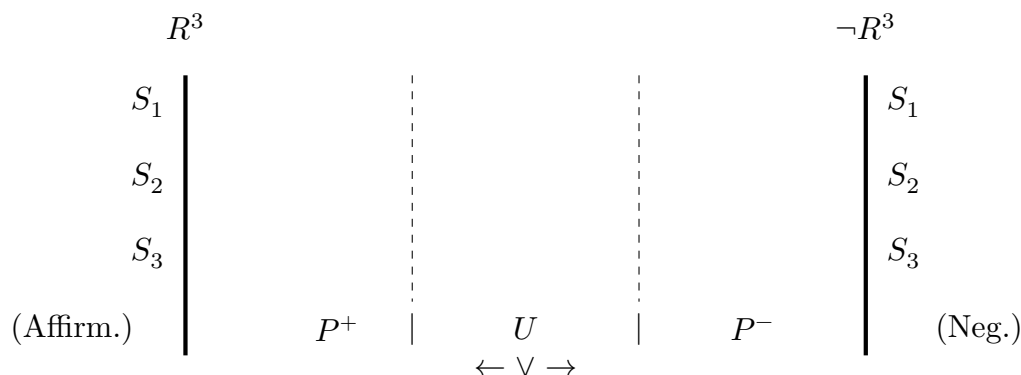


Рис. 1: Диаграмма для высказываний об отношениях: исходный вид для $n = 3$

в зоне диаграммы над знаком U («universal») обозначает, что все субъекты из соответствующего множества находятся (или все не находятся) в данном отношении на соответствующем месте отношения. Нахождение горизонтальной линии над знаками P^- и P^+ («particular») — что по крайней мере некоторые из таких субъектов соответственно не находятся / находятся в этом отношении.

Горизонтальная линия оканчивается вершиной. Затем вершины, относящиеся к одному высказыванию, соединяются. Получившиеся фигуры позволяют делать выводы о совместимости или несовместимости рассматриваемых высказываний по истинности и по ложности (см. примеры далее).

Пример диаграммы, сопоставляющей два высказывания о трехместном отношении (рис. 2). В настоящем примере закрашенная область отмечает, благодаря чему рассматриваемые высказывания совместимы по ложности; «х» показывает, благодаря чему высказывания совместимы по истинности. Между рассматриваемыми высказываниями нет отношения подчинения, и на данной диаграмме соответствующее графическое изображение таких отношений тоже не представлено. Рассматриваемые высказывания находятся в отношении независимости.

Построение и использование диаграмм основываются на результатах Ю. В. Ивлева и результатах, полученных автором настоящей статьи (см., например, Ивлев 2008: 32, 38–41, 47–48, 118; Черкашина 2018, 2021; Cherkashina 2018 и др.). Вкратце, для целей настоящей статьи, отметим ряд правил, связывающих форму высказываний и отношение между этими высказываниями. Некоторые из этих правил сформулированы Ю. В. Ивлевым, другие — нами ранее и обоснованы в иных работах. Здесь эти правила нужны нам в их графическом представлении.

Для начала напомним определения отношений между высказываниями. Высказывания, находящиеся друг с другом в отношении контрарности, не могут быть одновременно истинными (несовместимы по истинности), но при этом совместимы по ложности. Субконтрарности — несовместимы по ложности и совместимы по истинности. Контрадикторные высказывания несовместимы и по истинности,

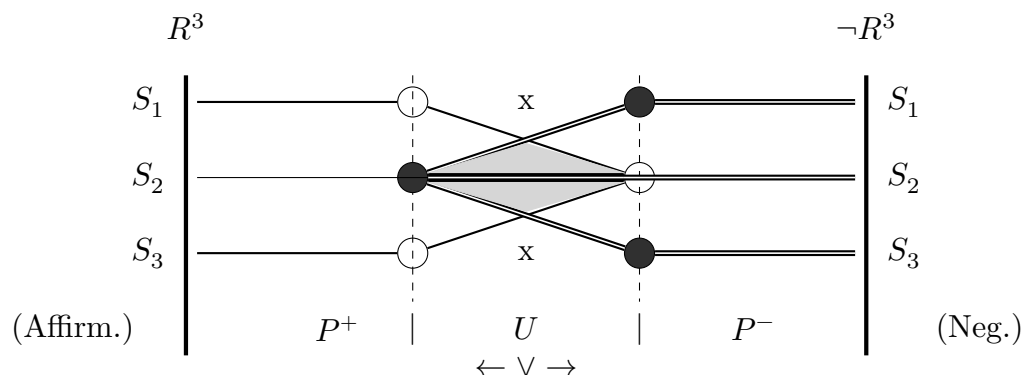


Рис. 2: Диаграмма для высказываний об отношениях для $n = 3$. Сопоставляются частно-обще-частноутвердительное (PUP, Affirmative) и частно-обще-частноотрицательное (PUP, Negative) высказывания об одном и том же отношении. Для первого использованы одинарные прямые линии и белые вершины, для второго — двойные линии и черные вершины. Рассматриваемые высказывания находятся в отношении независимости

и по ложности; одно является отрицанием другого. В отношении подчинения одно высказывание, подчиненное, следует из другого, подчиняющего, при этом подчиняющее не следует из подчиненного. У одного высказывания об отношении может быть и более одного подчиняющего, и более одного подчиненного высказывания (а может быть и одно или ни одного). Рассмотрим теперь правила для различных отношений между высказываниями.

Для отношения **контрадикторности** применяется следующее правило: «При отрицании суждений об отношениях их качество и количество... меняются на противоположные» (см. Ивлев 2008: 41), «P» меняется на «U», «U» на «P». Два контрадикторных высказывания всегда будут одно утвердительным, другое отрицательным; количественная характеристика одного из них совпадает с обращением количественной характеристики другого. На диаграмме изображения таких высказываний строятся с разных сторон и графически дополняют друг друга: где одно исходит с одной стороны и выходит на середину («U»), там другое исходит с другой стороны и «отступает» от середины («P») и наоборот. (Пример: рис. 3.)

Правила для **подчинения**: из двух высказываний одного качества, в которых количественная характеристика совпадает для всех элементов, кроме одного (k -го), подчиняющим будет высказывание, имеющее на k -м месте характеристику «-обще-» («U»), а подчиненным — характеристику «-частно-» («P»). Если у двух высказываний одного качества количественная характеристика различается более чем в одном элементе, то между этими высказываниями есть отношение подчинения, если на каждом месте характеристики, где элементы характеристики этих высказываний не совпадают друг с другом, у одного высказывания стоят [толь-

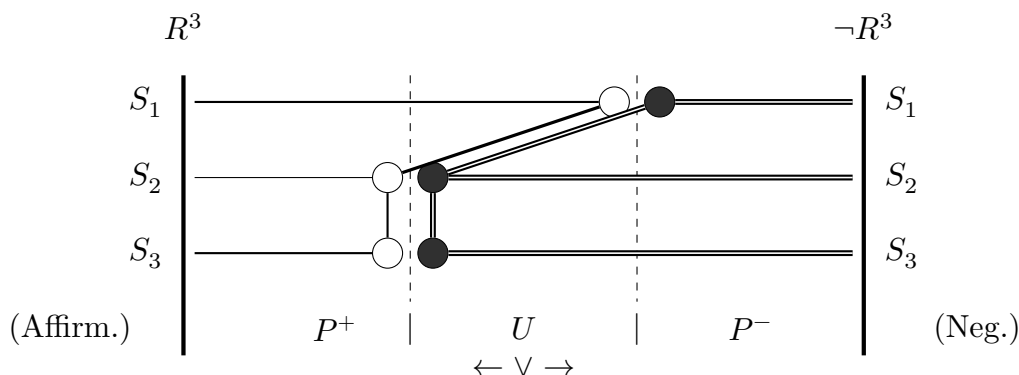


Рис. 3: **Контрадикторные** высказывания форм «UPP, утвердительное» и «PUU, отрицательное». Для первого использованы одинарные прямые линии и белые вершины, для второго — двойные линии и черные вершины. Находящиеся рядом черные и белые вершины на этой диаграмме должны совпадать, небольшое расстояние между ними нужно только по соображениям наглядности. Пример двух высказываний этих форм: «Всякая мышь предпочитает некоторые виды сыра некоторым свечам» / «Некоторые мыши не предпочитают никакие виды сыра никаким свечам»

ко] элементы «U», а у другого — [только] элементы «P». При этом первое из них будет подчиняющим для второго. Эти правила следуют из определения отношения подчинения и того соображения, что частная характеристика означает «по крайней мере некоторые, но возможно, что все». Два высказывания, находящиеся в данном отношении, имеют одно качество и изображаются на одной и той же стороне диаграммы. Изображение подчиненного высказывания полностью включается в изображение подчиняющего, а изображение подчиняющего по крайней мере в одном месте достигает середины диаграммы, в то время как изображение подчиненного остается в этом месте с краю. (Пример: рис. 4.)

Контрарность имеет место между данным высказыванием и высказываниями, являющимися подчиняющими для его (данного высказывания) отрицания. То есть между исходным высказыванием и каждым из высказываний противоположного качества с такой количественной характеристикой, где есть «U» на каждом месте характеристики, где у исходного высказывания было «P», и вдобавок хотя бы ещё одно «U» (где у исходного тоже было «U»). Подробнее об этом правиле см. в (Черкашина 2021). Диаграмма для контрарности, в соответствии с данным правилом, сходна с диаграммой для контрадикторности в том, что изображения высказываний заполняют все пространство диаграмм. Отличие же диаграммы для контрарности в том, что в ней изображения двух высказываний пересекаются, «находят» одно на другое. (Пример: рис. 5.)

Закрашенная область на рис. 5 отмечает, благодаря чему эти высказывания

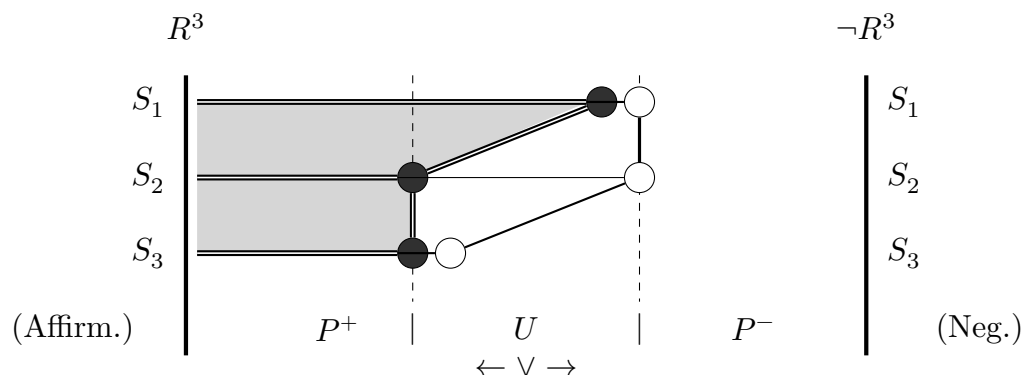


Рис. 4: Отношения **подчинения** между высказываниями форм UUR (подчиняющее) и UPR (подчиненное), оба утвердительные. Для первого использованы одинарные прямые линии и белые вершины, для второго — двойные линии и черные вершины. Закрашенная область отмечает пересечение, «наложение» элементов диаграммы, обозначающих высказывания. Находящиеся рядом черные и белые вершины на этой диаграмме (на линии S_1 и на линии S_3) должны совпадать, небольшое расстояние между ними оставлено только по соображениям наглядности. Пример двух высказываний этих форм: «Всякая мышь предпочитает все виды сыра некоторым свечам» / «Всякая мышь предпочитает некоторые виды сыра некоторым свечам»

совместимы по ложности. На первом месте характеристики у обоих стоит «U», то есть оба высказывания говорят о множестве S_1 , что все субъекты из этого множества находятся (у первого высказывания) и не находятся (у второго) в отношении R^3 с субъектами из множеств S_2 и S_3 . В настоящей работе мы не предполагаем останавливаться на этих соображениях подробнее и ссылаемся на то, что обе ситуации одновременно — невозможны с точки зрения классической логики, а также на то, что оба названных утверждения о субъектах окажутся ложны, если некоторые субъекты из этого множества находятся, а некоторые другие не находятся в названном отношении.

Отметим, что диаграмма отчасти напоминает круги Эйлера, но если там вхождение точки в замкнутую фигуру обозначает принадлежность элемента некоторому множеству, то здесь вхождение линии в элемент диаграммы может быть интерпретировано как то, что о субъектах, обозначаемых этой линией, нечто утверждается или отрицается в исследуемом высказывании.

Субконтрарность имеет место между данным высказыванием и высказываниями, являющимися подчинёнными для его (данного высказывания) отрицания. То есть между исходным высказыванием и каждым из высказываний противоположного качества с такой количественной характеристикой, где есть «P» на каждой позиции, где у исходного высказывания было «U», и вдобавок хотя бы ещё

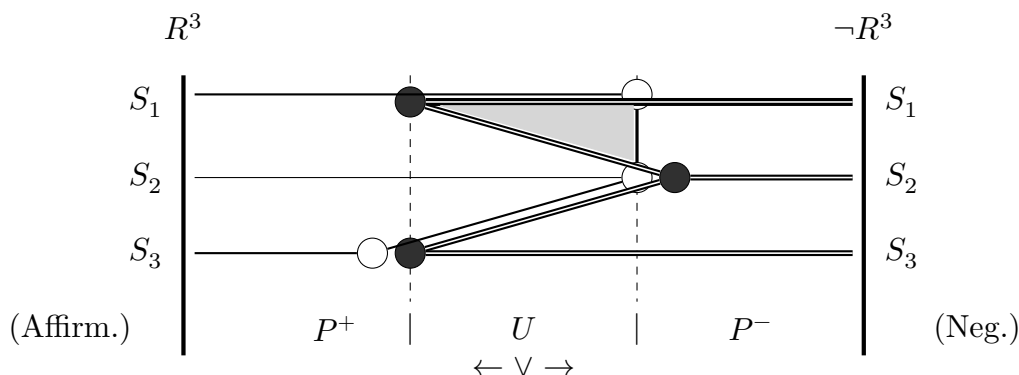


Рис. 5: **Контрарные** высказывания форм «UUP, утвердительное» и «UPU, отрицательное». Для первого использованы одинарные прямые линии и белые вершины, для второго — двойные линии и черные вершины. Находящиеся рядом черные и белые вершины на этой диаграмме (на линии S_2) должны совпадать, некоторое расстояние между ними оставлено только по соображениям наглядности. Закрашенная область отмечает, благодаря чему эти высказывания совместимы по ложности. Пример двух высказываний этих форм: «Всякая мышь предпочитает все виды сыра некоторым свечам» / «Всякая мышь не предпочитает некоторые виды сыра никаким свечам»

одно «P» (где у исходного тоже было «P»); см. (Черкашина 2021: 150). (Пример: рис. 6.)

«X» отмечает, благодаря чему эти высказывания совместимы по истинности. На первом месте характеристики у обоих стоит «P», то есть эти высказывания говорят о множестве S_1 , что некоторые субъекты из этого множества находятся (говорит первое высказывание), а некоторые не находятся (второе) в отношении R^3 с субъектами из множеств S_2 и S_3 . В настоящей работе мы не предполагаем останавливаться на этих соображениях подробнее и только отмечаем, что возможны обе эти ситуации одновременно и что по крайней мере одна из этих ситуаций должна иметь место.

Заметим, что графические свойства диаграмм обусловлены свойствами высказываний и отношений между ними и выражают эти отношения. При этом не только по формам сопоставляемых высказываний можно судить о том, как будет выглядеть диаграмма для них, но и, наоборот, по внешнему виду диаграммы можно судить о том, в каких отношениях находятся изображаемые высказывания и что в этих формах высказываний обусловило именно такое отношение между ними. Так, составив диаграмму для сопоставимых высказываний форм частно-общее-частноутвердительное (PUP, Affirmative) и частно-общее-частноотрицательное (PUP, Negative), можно буквально увидеть, за счет чего между ними имеет место отношение независимости. В связи с этим можно говорить как минимум об

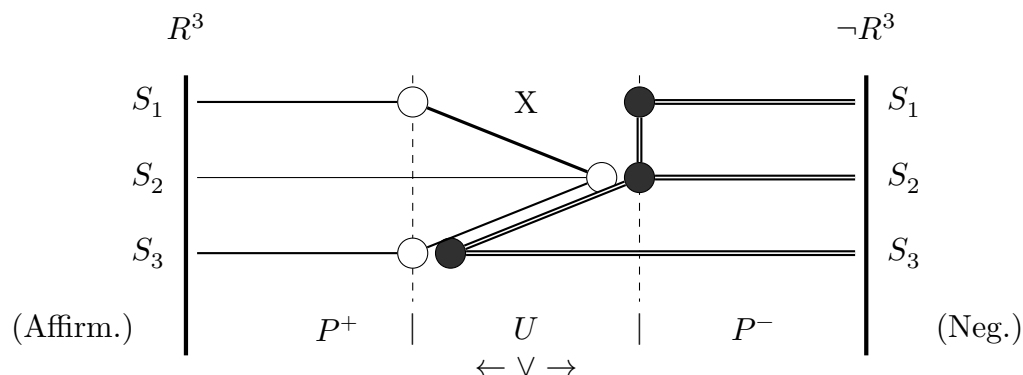


Рис. 6: **Субконтрарные** высказывания форм «PUP, утвердительное» и «PPU, отрицательное». Для первого использованы одинарные прямые линии и белые вершины, для второго — двойные линии и черные вершины. Находящиеся рядом черные и белые вершины на этой диаграмме (на линиях S_2 и S_3) должны совпадать, некоторое расстояние между ними нужно только по соображениям наглядности. «X» отмечает, благодаря чему эти высказывания совместимы по истинности. Пример двух высказываний этих форм: «Некоторая мышь предпочитает все виды сыра некоторым свечам» / «Некоторая мышь не предпочитает некоторые виды сыра никаким свечам»

эвристической ценности рассматриваемых диаграмм. Полагаю, при достаточной формализации возможно рассматривать эти диаграммы и как полноценный способ доказательства, как это обосновывают сейчас исследователи для некоторых видов диаграмм (см., например, Shin 1994).

Литература

- Ивлев 2008 — *Ивлев Ю. В.* Логика: учебник. М.: ТК Велби; Проспект, 2008.
- Черкашина 2018 — *Черкашина О.В.* Логический многоугольник для суждений об отношениях // *Логико-философские штудии*. 2018. Т. 16, № 1–2. С. 194–195.
- Черкашина 2021 — *Черкашина О. В.* Логический многоугольник для высказываний об отношениях: два правила для контрарности и субконтрарности // *Двенадцатые Смирновские чтения: материалы Международной научной конференции (Москва, 24–26 июня 2021 г.)*. М.: РОИФН, 2021. С. 148–150.
- Cherkashina 2018 — *Cherkashina O.* Figure of Opposition for Propositions about Relations // *Handbook of Abstracts, 6th World Congress on the Square of Opposition* / ed. by J.-Y. Beziau, A. Buchsbaum, I. Vandoulakis. 2018. P. 68–69.
- Shin 1994 — *Shin S.-J.* The Logical Status of Diagrams. Cambridge University Press, 1994.