

О законе непротиворечия и эксплозивности следования в логиках

Н. Е. Томова
Институт философии РАН
natalya-tomova@yandex.ru

Аннотация. Рассматриваются различные аспекты взаимосвязи закона непротиворечия и принципа эксплозивности следования в классической и паранепротиворечивой логиках. Приводятся уточнения и обобщения понятия эксплозивности следования в паранепротиворечивых системах. Паранепротиворечивые системы дают возможность четко разграничивать эти принципы, в то же время условие нормальности логики позволяет рассматривать эти принципы как эквивалентные.

DOI: 10.52119/LPHS.2024.55.27.008.

Ключевые слова: закон непротиворечия, эксплозивность следования, паранепротиворечивая логика.

On the Law of Non-Contradiction and the Explosion of Consequence in Logics

Natalya Tomova
Institute of Philosophy RAS

Abstract. Various aspects of the relationship between the law of non-contradiction and the principle of explosion in classical and paraconsistent logics are considered. Clarifications and generalizations of the concept of explosion in paraconsistent systems are given. Paraconsistent systems make it possible to clearly distinguish between these principles, at the same time, the condition of normality of logic allows us to consider these principles as equivalent.

Keywords: law of non-contradiction, the principle of explosion, paraconsistent logic.

Классическая логика. Закон непротиворечия — логический закон, согласно которому высказывание и его отрицание не могут быть одновременно истинными. Это фундаментальный принцип классической логики; он выражается тождественно истинной или доказуемой формулой вида $\neg(A \wedge \neg A)$.

Принцип «из противоречия следует все, что угодно» (*ex falso quodlibet*), или принцип эксплозивности, имеет отношение к следованию. Отношение следования называется *эксплозивным* (*explosive*), если

$$A, \neg A \vdash B \quad (1)$$

Классическая логика в этом смысле является эксплозивной.

Некоторые авторы связывают роль принципа эксплозивности в классической логике с его нормативным характером в том смысле, что принцип указывает нам, как рассуждать корректно. Эксплозивность отношения следования является результатом того, что сохранение истины есть необходимое и достаточное условие логического следования.

О связи принципа непротиворечия и эксплозивности следования:

Принцип непротиворечия запрещает противоречие, утверждая, что $A \wedge \neg A$ всегда ложно. *Эксплозивность следования* говорит о чем-то более сильном, явно указывая на последствия принятия противоречия. Если первый принцип говорит о невозможности принятия противоречия в силу его ложности, то второе свойство — о худшем последствии принятия противоречия, о его разрушающем действии, о тривиализации теории, когда множество теорем теории совпадает со множеством ее формул и теряется возможность различения истины и лжи.

Неверифицируемость закона непротиворечия и эксплозивность следования связывают со свойством отрицания. Классическая логика — логика с эксплозивным отрицанием.

Иногда закон Дунса Скота $A \rightarrow (\neg A \rightarrow B)$ рассматривают в качестве эквивалентного представления принципа эксплозивности. В рамках классической логики это правомерно и имеет место. Однако в паранепротиворечивых системах в общем случае это не так.

Паранепротиворечивая логика. Существуют различные подходы к паранепротиворечивости. Н. да Коста одним из требований к паранепротиворечивым логикам указывает на недопустимость принципа непротиворечия в этих системах [5, р. 498]. При этом для некоторых формул эксплозивность следования не имеет места, а для других «хороших» (well-behaved) выполняется, также для них верифицируется и закон непротиворечия.

Ж.-И. Безье в некоторых своих работах так и определяет паранепротиворечивую логику — как логику, отвергающую закон непротиворечия [4].

Но существует точка зрения, согласно которой закон непротиворечия в целом не имеет связи с проблемой логик противоречивых систем и является теоремой в этих системах. Например, в паранепротиворечивой логике J_3 [6], в дискуссионной логике Яськовского [7], в паранепротиворечивой логике Приста LP [9]. В. Карниелли и др. [10] подчеркивают, что неверификация закона непротиворечия в паранепротиворечивых логиках не является существенной, а определяющим в данном случае является принцип эксплозивности, т. е. свойство следования, когда из противоречия выводимо все, что угодно.

Неэксплозивность следования единодушно принимается всеми исследователями в качестве необходимого требования для паранепротиворечивых систем.

Однако стандартное понятие эксплозивности следования потребовало уточнения и обобщения. Возникает вопрос о различных типах эксплозивности. С одной стороны, например, в минимальной логике Йохансона [8], хотя эксплозивность следования в формулировке (1) не имеет места, т. н. *слабая эксплозивность* проходит:

$$A, \neg A \vdash \neg B \quad (2)$$

Также в логиках J_2 и J_4 [3] не проходит требование (1), но в то же время имеет место:

$$A, \neg A \vdash (B \rightarrow C) \quad (3)$$

И. Урбас уточняет понятие эксплозивности следования, рассматривая эксплозивность следования не только в общем случае, но также и относительно некоторых операторов и связок [11]. С другой стороны, некоторые исследователи говорят о недостаточности простого отказа от эксплозивности следования в форме (1), поскольку невыполнение этого требования никак не ограничивает следующую ситуацию, когда, например,

$$A, \neg A, \neg\neg A \vdash B \quad (4)$$

Во всех логиках, которые паранепротиворечивы только на атомарном уровне, проходит (4).

Е. К. Войшвилло уточняет, что логика паранепротиворечива, если не содержит конечного множества формул, из которого выводима некоторая произвольная формула [1, с. 130].

Отдельные направления исследований связаны с вопросом, что представляют собой противоречия в паранепротиворечивой логике.

Так, ряд исследователей утверждают, что всякий раз, когда успешно применяется паранепротиворечивая логика, например, при философском анализе ситуаций, по-видимому связанных с противоречием, — мы на самом деле имеем дело не с противоречием, а с отношением подпротивоположности между утверждениями A и $\neg A$, более слабой логической оппозицией (см., например, [2, p. 7]).

Закон непротиворечия $\neg(A \wedge \neg A)$ и принцип «из противоречия следует все, что угодно» (эксплозивность следования) $A, \neg A \vdash B$ не эквивалентны. Паранепротиворечивые системы позволяют это явно продемонстрировать и рассматривать их независимым друг от друга образом. Только в случае, когда паранепротиворечивая логика является нормальной (логика называется нормальной, если отношение следования рефлексивно, монотонно, транзитивно), принцип «из противоречия следует все, что угодно» эквивалентен традиционной формулировке принципа непротиворечия: «предложение и его отрицание не могут быть оба истинными».

Литература

1. Войшвилло Е. К. О паранепротиворечивой логике P_1 Сетте. *Труды научно-исследовательского семинара логического центра Института философии РАН*. М., 1998.
2. Arenhart J. R. B. Paraconsistent Contradiction in Context. *Saberes: Revista Interdisciplinar de Filosofia e Educação* 1, 2016, p. 5–17.
3. Arruda A. I., da Costa N. C. A. Le schéma de la séparation et les calculs J_n . *Mathematica Japonicae* 19, 1974, p. 183–186.
4. Béziau J.-Y. The future of paraconsistent logic. *Logical Studies* 2, 1999, p. 1–23.
5. da Costa N. C. A. On the theory of inconsistent formal systems. *Notre Dame Journal of Formal Logic* 11.4, 1974, p. 497–510.
6. D'Ottaviano I. M. L., da Costa N. C. A. Sur un problème de Jaśkowski. *Comptes Rendus Hebdomadaires des Séances de l'Académie des Sciences. Séries A–B* 270.21, 1970, p. 1349–1353.
7. Jaśkowski S. A propositional calculus for inconsistent deductive systems. *Studia Logica* 24, 1969, p. 143–157.
8. Johansson I. Der Minimalkalkil, ein reduzierter intuitionistischer Formalismus. *Compositio Mathematica* 4, 1936, S. 119–136.
9. Priest G. The logic of paradox. *Journal of Philosophical Logic* 8, 1979, p. 219–241.
10. Carnielli W. A., Coniglio M. E., Rodrigues A. Recovery operators, paraconsistency and duality. *Logic Journal of the IGPL* 28.5, 2020, p. 624–656.
11. Urbas I. Paraconsistency. *Studies in Soviet Thought* 39, 1990, p. 343–354.