

О доказательстве лемматических силлогизмов

А. Н. Журавлев

Санкт-Петербургский государственный университет

notus@yandex.ru

Аннотация. Доказательство лемматических силлогизмов представляет собой увлекательное занятие, начиная с формализации и заканчивая выбором способа доказательства. Самым громоздким способом будут таблицы. Чуть менее — сведение к нормальному виду и так далее, в зависимости от выбора доказывающего. Предложенный ниже вариант прост и очевиден. DOI: 10.52119/LPHS.2024.76.48.004.

Ключевые слова: силлогизм, доказательство, лемматический силлогизм, таблицы истинности, нормальный вид, высказывание, модус, ponens, tollens, дилемма.

On the Proof of Lemmatic Syllogisms

A. N. Zhuravlev

St Petersburg University

Abstract. Proving lemmatic syllogisms is a fascinating activity, from formalization to choosing a method of proof. The most massive way would be tables. A little less so, reduction to normal form, and so on, depending on the choice of the prover. The option proposed below is simple and obvious, as follows from the text.

Keywords: syllogism, proof, lemmatic syllogism, truth tables, normal form, statement, mode, ponens, tollens, dilemma.

В условно-разделительном (лемматическом) силлогизме одна посылка является условным суждением, а вторая — разделительным. В зависимости от количества альтернатив, содержащихся в разделительном суждении этого силлогизма, он называется дилеммой, трилеммой, тетралеммой. Итак, будем называть лемматическим каждый силлогизм, в котором одна посылка — условное суждение, где из основания A происходит следствие, другая же посылка — суждение разделительное, дизъюнктивное (*disjunctio* — разделение), где A , или B , или C ... исключают друг друга посредством логических знаков дизъюнкции или строгой дизъюнкции, что будет ясно из предусмотренных правил лемматического силлогизма и практического решения задач.

Три правила лемматического силлогизма:

- Умозаключение в лемматических силлогизмах следует через утверждение основания к утверждению следствия и через отрицание следствия к отрицанию основания, но не противным образом, что становится ясным из исследования модусов *ponens* и *tollens*, знание и понимание которых подразумевается при рассмотрении лемматических силлогизмов.
- Разделительная посылка с необходимостью должна содержать все возможные альтернативы. Нарушение этого правила влечет ложное, неточное или вероятностное умозаключение.
- Следует ясно и отчетливо понимать значение союза «или» — в строго разделительном или в значении простой дизъюнкции. Здесь в силу вступает закон исключенного третьего, который в зависимости от поставленной задачи может быть взаимозаменяем с законами тождества и непротиворечия, что следует из логических равносильностей и правил приведения высказывания к нормальному виду, о чем следует сказать далее.

Три закона логики взаимозаменяемы и свободно переходят друг в друга согласно логическим равносильностям и правилам приведения высказывания к нормальному виду.

Закон тождества — если A , то A . Это высказывание имеет нормальный вид (нормальный вид высказывания не содержит знаков импликации, тождества, строгой дизъюнкции и знаки отрицания стоят только перед переменными) «не A или A » согласно одной из логических равносильностей.

Закон непротиворечия — неверно, что A и не A , также имеет нормальный вид «не A или A » согласно правилу внесения отрицания в скобки.

Закон исключенного третьего — не A или A — может иметь вид любого из вышеуказанных законов логики в зависимости от ситуации и поставленной задачи, согласно логическим равносильностям и правилам приведения высказываний к нормальному виду. Таким образом, становится ясным, что три закона логики имеют общий нормальный вид и свободно переходят один в другой.

Закон достаточного основания рассматривается через понимание *modus ponens*, о чем сказано в отдельном исследовании.

Итак, лемматические силлогизмы бывают: простыми и сложными, конструктивными и деструктивными. Простота и сложность зависят от однозначности или многозначности вывода. Конструктивность и деструктивность зависят от встроенных в лемматический силлогизм модусов *ponens* или *tollens*. Таким образом получается четыре вида лемматического силлогизма: простой конструктивный, сложный конструктивный, простой деструктивный и сложный деструктивный. Первые два состоят из ряда соединенных модусов *ponens*, другие два из соединенных модусов *tollens*. Как уже было сказано выше, в зависимости от альтернатив, а в нашем исследовании — от количества встроенных в лемматический силлогизм модусов, получаются дилеммы, трилеммы, тетралеммы и так далее.

Для экономии места и драгоценного времени ограничимся исследованием дилемм. Истинность трилемм, тетралемм и так далее доказывается теми же способами, что и истинность дилемм. Из всего многообразия доказательств истинности высказываний воспользуемся таблицами и нормальным видом формулы.

Простая конструктивная дилемма имеет вид:

$$\frac{\begin{array}{l} \text{Если } A, \text{ то } C, \text{ если } B, \text{ то } C \\ A \text{ или } C \end{array}}{C}$$

Или:

$$(((A \supset C) \ \& \ (B \supset C)) \ \& \ (A \vee B)) \supset C$$

Таблица истинности простой конструктивной дилеммы:

A	B	C	$A \supset C$	$B \supset C$	$(A \supset C) \ \& \ (B \supset C)$	$A \vee B$	$((A \supset C) \ \& \ (B \supset C)) \ \& \ (A \vee B)$	F
И	И	И	И	И	И	И	И	И
И	И	Л	Л	Л	Л	И	Л	И
И	Л	Л	Л	И	Л	И	Л	И
Л	Л	Л	И	И	И	Л	Л	И
Л	Л	И	И	И	И	Л	Л	И
Л	И	И	И	И	И	И	И	И
Л	И	Л	И	Л	Л	И	Л	И
И	Л	И	И	И	И	И	И	И

Нормальный вид простой конструктивной дилеммы:

$$(((A \& \neg C) \vee (B \& \neg C)) \vee (\neg A \& \neg B)) \vee C$$

Сложная конструктивная дилемма имеет вид:

Если A , то B , если C , то D
 A или C

B или D

Или:

$$(((A \supset B) \& (C \supset D)) \& (A \vee C)) \supset (B \vee D)$$

Таблица истинности сложной конструктивной дилеммы:

A	B	C	D	$A \supset B$	$C \supset D$	$(A \supset B) \& (C \supset D)$	$A \vee C$	$((A \supset B) \& (C \supset D)) \& (A \vee C)$	$B \vee D$	F
И	И	И	И	И	И	И	И	И	И	И
И	И	И	Л	И	Л	Л	И	Л	И	И
И	И	О	О	И	И	И	И	И	И	И
И	Л	Л	Л	Л	Л	Л	И	Л	Л	И
Л	Л	Л	Л	И	И	И	Л	Л	И	И
Л	Л	Л	И	И	И	И	Л	Л	И	И
Л	Л	И	И	И	И	И	И	И	И	И
Л	И	И	И	И	И	И	И	И	И	И
Л	И	Л	И	И	И	И	Л	Л	И	И
И	Л	И	Л	Л	Л	Л	И	Л	Л	И
Л	Л	И	И	И	И	И	И	И	И	И
И	И	Л	Л	И	И	И	И	И	И	И
Л	И	И	Л	И	Л	Л	И	Л	И	И
И	Л	Л	И	Л	И	Л	И	Л	И	И
И	Л	И	И	Л	И	Л	И	Л	И	И
Л	И	Л	Л	И	И	И	Л	Л	И	И

Нормальный вид сложной конструктивной дилеммы:

$$(((A \& B) \vee (C \& \neg D)) \vee (\neg A \& \neg C)) \vee (B \vee D)$$

Простая деструктивная дилемма имеет вид:

Если A , то или B , или C
 Не B и не C

Не A

Или:

$$((A \supset (B \vee C)) \& (\neg B \& \neg C)) \supset \neg A$$

Таблица истинности сложной деструктивной дилеммы:

A	B	C	D	$\neg A$	$\neg B$	$\neg C$	$\neg D$	$A \supset B$	$C \supset D$	$(A \supset B) \& (C \supset D)$	$\neg B \& \neg C$	$((A \supset B) \& (C \supset D)) \& (\neg B \& \neg C)$	$\neg A \& \neg C$	F
И	И	И	И	Л	Л	Л	Л	И	И	И	Л	Л	Л	И
И	И	И	Л	Л	Л	Л	И	И	Л	Л	Л	Л	Л	И
И	И	Л	Л	Л	Л	И	И	И	И	И	Л	Л	Л	И
И	Л	Л	Л	Л	И	И	И	Л	И	Л	И	Л	Л	И
Л	Л	Л	Л	И	И	И	И	И	И	И	И	И	И	И
Л	Л	Л	И	И	И	И	Л	И	И	И	Л	Л	И	И
Л	Л	И	И	И	И	Л	Л	И	И	И	Л	Л	Л	И
Л	И	И	И	И	Л	Л	Л	И	И	И	Л	Л	И	И
Л	И	Л	И	И	Л	И	Л	И	И	И	Л	Л	И	И
И	Л	И	Л	Л	И	Л	И	Л	Л	Л	И	Л	Л	И
Л	Л	И	И	И	И	Л	Л	И	И	И	Л	Л	Л	И
И	И	Л	Л	Л	Л	И	И	И	И	И	Л	Л	Л	И
Л	И	И	Л	И	Л	Л	И	И	Л	Л	Л	Л	Л	И
И	Л	Л	И	Л	И	И	Л	И	Л	Л	Л	Л	Л	И
И	Л	И	И	Л	И	Л	Л	И	Л	Л	Л	Л	Л	И
Л	И	Л	Л	И	Л	И	И	Л	И	Л	Л	Л	И	И

Нормальный вид сложной деструктивной дилеммы:

$$(((A \& \neg B) \& (C \& \neg D)) \vee (B \vee D)) \vee (\neg A \& \neg C)$$

Очевидно, что использование таблиц занимает много времени и места. Приведение к нормальному виду занимает несколько строчек даже в самых простых случаях (в данном исследовании процедура приведения к нормальному виду пропущена и даны только исходный и конечный варианты).

Когда речь заходит о лемматических силлогизмах, то достаточно взглянуть на то, из чего они состоят — из конъюнкции модусов *ropens* в конструктивных силлогизмах и из конъюнкции

модусов tollens в деструктивных. Зная истинность модуса ponens и зная, что конъюнкция истинна, если истинны все входящие в нее конъюнкты, можно утверждать истинность конъюнкции состоящей из любого количества входящих в нее модусов ponens. То же самое можно утверждать и о конъюнкции модусов tollens.

Литература

1. Бочаров В. А., Маркин В. И. *Основы логики*. Бишкек, 1997.
2. Поварнин С. И. *Сочинения*. СПб.: Институт иностранных языков, 2015.
3. Челпанов Г. И. *Логика*. М.: Советские учебники, 2024.
4. Чупахин И. Я., Бродский И. Н. *Формальная логика*. Л.: ЛГУ, 1977.