Онтология логико-математического знания

П. Н. Болдин
Русское общество истории и философии науки
bolpav@yandex.ru

Аннотация. Предлагается семиотический подход к пониманию онтологии логики и математики. С одной стороны показано, что логико-математическое знание по своей структуре изоморфно синтаксико-семантическим структурам языка. С другой стороны, математика сама необходима для построения физической теории, которая имеет онтологию в природной реальности. Ключевым пунктом является представление о природных феноменах как знаках, что даёт возможность интерпретировать логику как синтаксис, а математику как семантику языка природы. DOI: 10.52119/LPHS.2024.37.12.001.

Ключевые слова: логика, математика, синтаксис, семантика, язык, природный феномен.

Логика развивалась как логическое измерение языкового мышления, поскольку «языковая практика задаёт … формы мысли и потому являет собой пространство логических исследований. Таким образом, для современного понимания логики, приемлема … формулировка, которую использовал Г. Х. фон Вригт: „…логика изучает … артикуляцию мысли в языке“» [1, с. 135]. Поэтому самым распространённым является определение логики как науки «о законах и формах мышления» [2, с. 5]. Попытка рассматривать логику как знание об объективном мире в современном научном сознании носит скорее экзотический характер. В данном ключе можно привести высказывание Бертрана Рассела о том, «логика имеет дело с реальным миром в той же степени, что и зоология, хотя с его наиболее абстрактными и общими чертами» [3, с. 155–156].

Математика определяется как «наука о количественных отношениях и пространственных формах» [4, с. 7]. И число, и геометрическая фигура имеют свои корни в действительности. Поэтому, в отличие от логики, источником «базовых математических понятий является чувственный опыт» [5, с. 18]. Но в процессе развития математики создаются более сложные и абстрактные конструкции, которые уже не имеют такой простой референции к действительности. В связи с этим и встал вопрос о способах существования этих объектов. Мнения распределились по всему возможному спектру — от признания за математическими объектами статуса отдельной реальности наряду с природной до утверждения их фикциями, описывающими элементы структур физических объектов.

Любая математическая теория, являясь дедуктивным знанием, изначально предполагает наличие логики до всякого своего построения и без логики построена быть не может. Логические конструкции в процессе формализации математики не замещают собой математические объекты, поскольку последние являются уже содержательными конструкциями — представляют собой «общие схемы предметности» [6, с. 281]. На наш взгляд, разделение предмета между логикой и математикой проходит именно по линии «формальность/содержательность». Логика может при этом рассматриваться как наука о чистой формальности, а математика — как наука о всеобщих схемах предметности. Связь же между ними сущностно необходима, идёт в «направлении» от логики к математике и выражается в необходимости использования (невозможности неиспользования!) логических конструкций для построения теорий математических объектов.

При построении логического исчисления выделяются исходные формулы — аксиомы, из которых посредством правил вывода можно получить новые формулы формальным образом.

Таким образом, в логическом исчислении полностью отстраняются от содержательной стороны. Сравнение логики высказываний с синтаксической структурой языка показывает их высокую степень подобия. Аналогами высказываний в синтаксисе являются предложения — основные синтаксические единицы языка. Формулы в логике строятся посредством комбинации высказываний и логических операций. При сравнении структуры формул с синтаксическими образованиями в языке видно, что они являются аналогами сложных предложений: как из высказываний в логике посредством операций строятся формулы, так и из простых предложений посредством служебных слов (союзов) строятся сложные предложения. Собственно, логические операции по своему смыслу совпадают с союзами в языке.

На основе логики высказываний можно построить логику, которая будет учитывать структуру высказывания. Такой новой логикой является логика предикатов, которая является интерпретацией исчисления предикатов. В логике предикатов элементарное высказывание расчленяется на свои составляющие — субъект и предикат. Математические теории строятся на основе исчисления предикатов. В случае логики предикатов мы наблюдаем полную аналогию с синтаксической структурой предложения в языке при переходе от синтаксической составляющей к содержательной семантической. Если в логике предикатов структура высказывания выражается в выделении в нём субъекта и предиката, то предложение разбивается на слова — члены предложения. Причём существуют непосредственные аналогии между элементами высказывания в логике предикатов и членами предложения. Так, аналогом субъекта высказывания является подлежащее предложения, а аналогом предиката высказывания является сказуемое предложения.

Любая математическая теория может быть построена в виде аксиоматического исчисления. При этом в системе аксиом любой математической теории выделяют логические аксиомы и нелогические аксиомы. Логические аксиомы являются аксиомами исчисления предикатов — с одним нюансом, заключающимся в том, что субъекты и предикаты получают содержательную интерпретацию в зависимости от математической теории. То есть переход от логики к математике — это переход от чистой формальности, то есть синтаксичности, к её содержательной интерпретации, то есть к семантичности. Это подтверждается сравнением с переходом от синтаксиса к семантике в языковой семиотике. В языке предложение разбивается на более дробные синтаксические единицы — части речи, имеющие уже определённое значение. Так же и в случае отношений логики и математики высказывание разбивается на свои части — субъект и предикат, которые в рамках математических теорий получают содержательную интерпретацию — аналог значения слов. Исходя из полученных результатов, можно предположить, что предметом логико-математических теорий является семиотические отношения определённого языка: предметом логики является синтаксис, а математики — семантика этого языка. Понимание того, что это за язык, позволит определиться с онтологией логики и математики.

Как известно, математика необходима для построения физических теорий и, таким образом, является неотъемлемой частью описания эмпирических явлений. Получается цепочка: логика необходима для математики, а математика необходима для физики. И можно предположить, что онтология логики и математики неразрывно связана с онтологией физики. Физика сама и через дисциплинарное естествознание изучает природные феномены и в связи с этим имеет онтологический базис в них. Логика и математика необходимы для построения физики, и можно предположить, что их онтология также имеет своё основание в тех же природных феноменах, только описывают другие их аспекты, нежели физика.

Предлагается подход, основанный на семиотической интерпретации соотношения теоретического знания и реальности. Он является возрождением и развитием представления о реальности как Тексте и о познании как попытки понимания «смысла Текста Природы, который … должен быть „расшифрован“ исходя из символического языка природы» [7]. Любая семиотическая система — это некий материальный объект, к примеру буквы языка — это начертания на бумаге или звук. В процессе семиозиса, то есть установления семиотических отношений, эти материальные объекты превращаются в семиотическую систему. С этих позиций можно рассматривать и природные феномены — это тоже некий материальный объект, а в процессе познания он предстаёт как семиотический объект: мы вычленяем содержание знака (значения, смыслы, действия и т. д.) — теоретические объекты и раскрываем семиотические отношения — теории. Выше мы показали, что логику и математику можно рассматривать как синтаксис и семантику некоего языка. В рамках нашего подхода таким языком является сама природная реальность. То есть природные феномены в процессе познания предстают в виде семиотической системы, синтаксис которой выражается в логической теории, а семантика — в математической теории.

Литература

1. Кислов А. Г. Социокультурная кроссидентификация логики. *Научный ежегодник Института философии и права УО РАН*, 2011, вып. 11, с. 134–149.
2. Черняк Н. А. *Логика.* Омск: ОмГУ, 2004.
3. Рассел Б. *Введение в математическую философию.* М.: Гнозис, 1996.
4. *Математический энциклопедический словарь.* М.: Большая советская энциклопедия, 1995.
5. Верёвкин А. Б. *История и философия математики: учебно-методическое пособие для аспирантов.* Ульяновск: Издатель Качалин Александр Васильевич, 2013.
6. Янков В. А. Опыт и онтология математических объектов. *Математика и опыт* / под ред. А. Г. Барабашева. М.: Издательство МГУ, 2003.
7. Огурцов А. П. Герменевтика и естественные науки. *Загадка человеческого понимания.* М.: Издательство политической литературы, 1991, с. 129–144.