Теоретико-модельные логики как классификации дефинитных многообразий

Е. Г. Драгалина-Черная
Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»
edragalina@hse.ru

Аннотация. В статье предлагается истолкование теоретико-модельных (абстрактных) логик как классификаций дефинитных многообразий, которые представляют собой предмет логики как формальной онтологии в интерпретации Гуссерля. DOI: 10.52119/LPHS.2024.89.93.003.
Ключевые слова: теоретико-модельная логика, классификация, дефинитное многообразие.

Model-Theoretic Logics as Classifications of Definite Manifolds

Elena Dragalina-Chernaya
Higher School of Economics, Moscow

Abstract. This paper offers an interpretation of model-theoretical (abstract) logics as classifications of definite manifolds, which, in Husserl's interpretation, are the subject of logic as formal ontology.
Keywords: model-theoretic logic, classification, definite manifold.

Теоретико-модельная (абстрактная) логика — центральное понятие обобщенной (абстрактной) теория моделей. Задача этой теории состоит в исследовании теоретико-модельных свойств различных расширений логики первого порядка.

Теоретико-модельная логика представляет собой тройку $L = (S, F, \models)$, где класс S состоит из структур L, класс F из предложений L, $\models \subseteq S \times F$ является отношением выполнимости между S и F в L [4, p. 21]. Вопрос о том, в каком смысле подобные совокупности могут характеризоваться как логики, не является тривиальным. Как отмечает Джон Барвайз,

> Для человека с улицы логика — это изучение правильных форм рассуждений. Однако основная идея теории моделей состоит в том, что полезно обратить внимание на взаимосвязь между определенными математическими структурами и наборами выражений языка, используемого для описания свойств таких структур. [2, p. 4]

Среди свойств теоретико-модельных логик особо выделяется свойство изоморфизма: при наличии изоморфизма между структурами M и N каждая формула ϕ, выполнимая в M, выполняется также в N, т. е. если $M \models_L \phi$ и $M \cong N$, то $N \models_L \phi$.

Я предлагаю рассматривать теоретико-модельные логики как классификации типов изоморфизма. Классификация A понимается в стиле [3, p. 69–70] как тройка $A = \langle tok(A), typ(A), \models_A \rangle$, где $tok(A)$ — множество токенов, $tok(A)$ — множество типов, $\models_A$ бинарное отношение между ними. Если a — токен и α — тип, то $a \models_A \alpha$ означает, что a имеет тип α в классификации A. Для каждого токена $a \in tok(A)$, его типовое множество (*type set*) определяется как множество $typ(a) = \{\alpha \in typ(A) \mid a \models_A \alpha\}$. В свою очередь, для каждого типа $\alpha \in typ(A)$ его множество токенов (*token set*) определяется, в свою очередь, как множество $tok(a) = \{a \in tok(A) \mid a \models_A \alpha\}$.

В качестве примера Джон Барвайз и Джерри Селигман приводят классификацию для данного языка L, в которой токены являются L-структурами M, типы — предложениями языка L, а $M \models_A \phi$ тогда и только тогда, когда ϕ истинно в M [3, p. 71]. Исходя из этого примера можно представить теоретико-модельную логику как классификацию, в которой множество структур-токенов $tok(A)$ образует тип изоморфизма. Типовым множеством для каждой такой структуры является множество предложений языка L, истинных в данной структуре, которое, в свою очередь, может рассматриваться как теория соответствующего типа изоморфизма. Истолкование типов изоморфизма как предмета логики можно обнаружить уже в ее трактовке Эдмундом Гуссерлем как универсальной науки о дефинитных многообразиях. По мнению Мирьи Хартимо, под дефинитным многообразием Гуссерль понимал то, что в современной терминологии лучше всего интерпретировать как область категоричной теории [5, p. 302]. Теория является категоричной, если изоморфна любая пара ее моделей M и N, или, говоря иначе, категоричная теория имеет одну модель (с точностью до изоморфизма). Тот факт, что Гуссерль вводит понятие дефинитного многообразия в «Двойной лекции» (*Doppelvortrag*) 1901 года без упоминания изоморфизма, может служить основанием для альтернативного истолкования этого понятия в терминах, например, семантической полноты [1]. Однако уже в лекциях 1906/1907 годов Гуссерль эксплицитно подчеркивает важность изоморфизма для всех разделов логики:

> Как и основные принципы, все выводы, все заключения, доказательства, теории изоморфны. В таком случае естественно, что не нужно осуществлять выводы дважды. Как только обнаружен изоморфизм основных принципов, априори известно, что все должно происходить совершенно единообразным способом. [6, p. 82]

Несмотря на отсутствие консенсуса в спецификации адекватного теоретико-модельного аналога феноменологического понятия дефинитного многообразия, оно безусловно является достойным внимания посредником в реконструкции ранней истории различных истолкований логики — как модели, как теории и как формальной онтологии.

Литература

1. Aranda V. Completeness: From Husserl to Carnap. *Logica Universalis* 16, 2022, pp. 57–83.
2. Barwise J. Model-Theoretic Logics: Background and Aims. *Model-Theoretic Logics* / ed. by J. Barwise and S. Feferman. New York: Springer, 1985, p. 3–23.
3. Barwise J., Seligman J. *Information Flow: The Logic of Distributed Systems.* Cambridge University Press, 1997.
4. Garcia-Matos M., Väänänen J. Abstract Model Theory as a Framework for Universal Logic. *Logica Universalis: Towards a General Theory of Logic* / ed. by J.-Y. Beziau. Basel: Birkhauser Verlag, 2005, p. 19–33.
5. Hartimo M. Towards Completeness: Husserl on Theories of Manifolds 1890–1901. *Synthese* 156, 2007, p. 281–310.
6. Husserl E. *Introduction to Logic and Theory of Knowledge. Lectures 1906/07.* Springer, 2008.

Финансирование. Исследование осуществлено в рамках Программы фундаментальных исследований НИУ ВШЭ.