В. А. Светлов

Индуктивная систематизация как формальная система

В настоящей статье[1] предлагается исчисление, формализирующее один из самых слабых видов индуктивной связи. Для его идентификации достаточно установить релевантность некоторых данных (свидетельства) выдвинутой гипотезе. Не требуется ни высокой вероятности гипотезы на основании свидетельства, ни наличия каких-либо логических отношений между ними.

DF1. Бинарное отношение позитивной $\{I^P(h, e)\}$, негативной $\{I^N(h, e)\}$, иррелевантной $\{I^{IR}(h, e)\}$ индуцируемости истинно для произвольных высказываний e, $h \in L$, если и только если:

1. $I^P(h, e) = P(h/e) > P(h)$
2. $I^N(h, e) = P(h/e) < P(h)$
3. $I^{IR}(h, e) = P(h/e) = P(h)$,

где L – некоторый формализованный язык, P – вероятностная мера, определенная для всех предложений L.

Самым нетривиальным свойством обсуждаемого отношения индуцируемости является его нетранзитивность. Утверждения типа

(1) Если $I^P(h, e)$ и $I^P(k, h)$, то $I^P(k, e)$

являются индуктивно ложными. Чтобы отвергнуть истинность (1), достаточно определить вероятность $P(k/e)$ в терминах k, h и e.

(2) $P(k/e) = P(k\&h/e) + P(k\&{-h}/e)$

$= P(h/e)P(k/h\&e) + P(-h/e)P(k/{-h}\&e)$.

$= P(h/e)P(k/h)[P(e/h\&k)/P(e/h)] + P(-h/e)P(k/{-h})[P(e/{-h}\&k)/P(e/{-h})]$.

Откуда следует, что вероятность $P(k/e)$ может быть равна 0 даже при выполнении условий утверждения (1). Например, из $P(h\&k\&e) = 0$, $P(h\&k\&{-e}) = 0{,}3$; $P(h\&{-k}\&e) = 0{,}3$; $P(h\&{-k}\&{-e}) = 0{,}1$; $P(-h\&k\&e) = 0$; $P(-h\&k\&{-e}) = 0.1$; $P(-h\&{-k}\&e) = 0.1$; $P(-h\&{-k}\&{-e}) = 0{,}1$ следует $P(h/e) = 0{,}75$; $P(k/h) = 0{,}429$; $P(h) = 0.7$; $P(k) = 0.4$ и $P(k/e) = 0$. Это означает, что условия утверждения (1) выполняются, а заключение нет. Одного этого контрпримера достаточно, чтобы отвергнуть утверждение (1) как индуктивно некорректное.

Назовем нетранзитивное отношение индуцируемости нетривиальным. Нетривиальное отношение индуцируемости не сохраняет истинности посылок, т.е. не переносит ее на заключение. Сказанное не означает,

---

[1] Данная статья представляет дальнейшее развитие идей, высказанных в более ранней работе автора. См.: *Светлов В.А.* К проблеме формализации индуктивных отношений // Логика. Познание. Отражение. Свердловск, 1984. С. 66-70.

что в индуктивных контекстах невозможен вывод и доказательство. Оставшаяся часть статьи посвящена формулировке системы, позволяющей доказывать корректные и одновременно нетривиальные индуктивные теоремы.

Пусть **S** – формальная система такая, что **S** = (**L**, **P**, **I**), где **L** – базисная логика, **P** – исчисление вероятностей и **I** – множество правил индуктивного вывода. **L** и **P** задаются стандартно. Остается определить только множество индуктивных правил вывода **I.**

DF2. Гипотеза *h* индуктивно выводима из свидетельства *e*, если и только если

a. e индуцирует *h* согласно **DF1**

b. $\{e\} \cup \mathbf{L} \cup \mathbf{P} \cup \mathbf{I}\ \mathrm{A}\ h$

c. $\{e\} \cup \mathbf{L} \cup \mathbf{P}\ \cancel{\mathrm{A}}\ h.$

Из определения **DF2** следует, что свойства индуктивной выводимости полностью зависят от множества правил индуктивного вывода **I**. В соответствии с определением **DF1** множество индуктивных правил **I** состоит из следующих трех:

$\mathbf{I}_1$. Если истинно свидетельство *e* и $I^P(h, e)$, тогда гипотеза *h* индуктивно следует из *e* в позитивном смысле.

$\mathbf{I}_2$. Если истинно свидетельство *e* и $I^N(h, e)$, тогда гипотеза *h* индуктивно следует из *e* в негативном смысле.

$\mathbf{I}_3$. Если истинно свидетельство *e* и $I^{IR}(h, e)$, тогда гипотеза *h* индуктивно следует из *e* в иррелевантном смысле.

DF3. Гипотеза *h* является индуктивной теоремой формальной системы **S**, если и только если

a. *h* – фактически истинное предложение языка *L* (0< P(*h*) <1)

b. **S** Ã *h* согласно **DF2**

c. $\mathbf{P} \cup \mathbf{I}\ \cancel{\mathrm{A}}\ h.$

Формальная система **S** включает, кроме собственно индуктивных, вероятностные и дедуктивные теоремы. Полное определение теоремы системы S должно поэтому удовлетворять следующим требованиям.

(**A**) Все логические, вероятностные и индуктивные аксиомы **S** есть теоремы **S.**

(**B**) Если все посылки некоторого правила вывода (дедуктивного, вероятностного или индуктивного) являются теоремами системы **S**, то и его заключение также является теоремой **S**.

DF4. Теоремой системы **S** является формула, удовлетворяющая требованиям **A** и **B**.

Вывод в **S** нетривиальных индуктивных теорем представляет последнюю часть настоящей статьи. С целью уменьшения размеров доказательств они будут приводиться в сокращенном виде.

Индуктивные теоремы системы S относительно связки «v» и двух гипотез h и k, индуцируемых одним и тем же свидетельством e

$I^P(h \vee k, e)$ истинно, если и только если выполняется любое из следующих условий:

1. $P(h \vee k / e) > P(h \vee k)$.
2. $P(-h \& -k) > P(-h \& -k / e)$.
3. $P(-h) P(-k / -h) > P(-h/e)\, P(-k / -h \& e)$.
4. $P(-h) P(-k) P(-h / -k) > P(-h/e)\, P(-k/e)\, P(-h / -k \& e)$.
5. $P(-k) P(-h / -k) > P(-k/e)\, P(-h / -k \& e)$.
6. $P(-h) P(-k) P(-k / -h) > P(-h/e)\, P(-k/e)\, P(-k / -h \& e)$.

Прямые теоремы

T1. $I^P(h \vee k, e)$, если и только если $I^N(-h \& -k, e)$.
T2. Если $I^P(h, e)$, $I^P(k, e)$ относительно $-h$, тогда $I^P(h \vee k, e)$[2].
T3. Если $I^P(k, e)$, $I^P(h, e)$ относительно $-k$, тогда $I^P(h \vee k, e)$.
T4. Если $I^{IR}(h, e)$, то $I^P(k, e)$ относительно $-h$ равносильно $I^P(h \vee k, e)$.
T5. Если $I^{IR}(k, e)$, то $I^P(h, e)$ относительно $-k$ равносильно $I^P(h \vee k, e)$.
T6. Если $I^{IR}(k, e)$ относительно $-h$, то $I^P(h, e)$ равносильно $I^P(h \vee k, e)$.
T7. Если $I^{IR}(h, e)$ относительно $-k$, то $I^P(k, e)$ равносильно $I^P(h \vee k, e)$.
T8. Если $I^P(h, e)$, $I^P(k, e)$ и $I^P(h, e)$ относительно $-k$, то $I^P(h \vee k, e)$.
T9. Если $I^P(k, e)$, $I^P(h, e)$ и $I^P(k, e)$ относительно $-h$, то $I^P(h \vee k, e)$.
T10. Если $I^P(h, -k \& e)$, $I^P(k, e)$ и $P(h/e) > P(h/k)$, то $I^P(h \vee k, e)$.
T11. Если $I^P(k, -h \& e)$, $I^P(h, e)$ и $P(k/e) > P(k/h)$, то $I^P(h \vee k, e)$.
T12. Если $I^{IR}(k, e)$ и $P(h/e) = P(h/k)$, то $I^P(h, -k \& e)$ равносильно $I^P(h \vee k, e)$.
T13. Если $I^{IR}(h, e)$ и $P(k/e) = P(k/h)$, то $I^P(k, -h \& e)$ равносильно $I^P(h \vee k, e)$.

Обратные теоремы

T2*. Если $I^P(h \vee k, e)$ и $I^N(h, e)$, то $I^P(k, e)$ относительно $-h$.
T2**. Если $I^P(h \vee k, e)$ и $I^N(k, e)$ относительно $-h$, то $I^P(h, e)$.
T3*. Если $I^P(h \vee k, e)$ и $I^N(k, e)$, то $I^P(h, e)$ относительно $-k$.
T3**. Если $I^P(h \vee k, e)$ и $I^N(h, e)$ относительно $-k$, то $I^P(k, e)$.
T8*. Если $I^P(h \vee k, e)$, $I^N(h, e)$ и $I^N(k, e)$, то $I^P(h, e)$ относительно $-k$.
T8**. Если $I^P(h \vee k, e)$, $I^{IR}(h, e)$ и $I^N(k, e)$, то $I^P(h, e)$ относительно $-k$.
T8***. Если $I^P(h \vee k, e)$, $I^N(h, e)$ и $I^{IR}(k, e)$, то $I^P(h, e)$ относительно $-k$.
T9*. Если $I^P(h \vee k, e)$, $I^N(k, e)$ и $I^N(h, e)$, то $I^P(k, e)$ относительно $-h$.
T9**. Если $I^P(h \vee k, e)$, $I^{IR}(k, e)$ и $I^N(h, e)$, то $I^P(k, e)$ относительно $-h$.
T9***. Если $I^P(h \vee k, e)$, $I^N(k, e)$ и $I^{NR}(h, e)$, то $I^P(k, e)$ относительно $-h$.
T10*. Если $I^P(h \vee k, e)$, $I^N(k, e)$ и $P(h/k) > P(h/e)$, то $I^P(h, -k \& e)$.

---

[2] Выражения вида $I^P(k, e)$ относительно $-h$ означают индуцируемость гипотезы k свидетельством e относительно дополнения гипотезы h.

T10**. Если $I^{P}(h\vee k, e)$, $I^{IR}(k, e)$ и $P(h/k) > P(h/e)$, то $I^{P}(h, -k\&e)$.
T11*. Если $I^{P}(h\vee k, e)$, $I^{N}(h, e)$ и $P(k/h) > P(k/e)$, то $I^{P}(k, -h\&e)$.
T11**. Если $I^{P}(h\vee k, e)$, $I^{IR}(h, e)$ и $P(k/h) > P(k/e)$, то $I^{P}(k, -h\&e)$.

Основные теоремы

TI. Пусть $I^{IR,P}(h, e)$ и $I^{IR,P}(h, k)$. Тогда
$I^{P}(k, -h\&e)$ A $I^{P}(h\vee k, e)$, но не наоборот.
TI.1. Пусть $I^{P}(h, e)$ и $I^{P}(h, k)$. Тогда
$I^{P}(h\vee k, e)$ A $I^{P}(k, -h\&e)$, но не наоборот.
TII. Пусть $I^{IR,P}(k, e)$ и $I^{IR,P}(k, h)$. Тогда
$I^{P}(h, -k\&e)$ A $I^{P}(h\vee k, e)$, но не наоборот.
TII.1. Пусть $I^{P}(k, e)$ и $I^{P}(k, h)$. Тогда
$I^{P}(h\vee k, e)$ A $I^{P}(h, -k\&e)$, но не наоборот.
TIII. Пусть $I^{P}(h, e)$. Тогда
$I^{P}(k, e)$ относительно $-h$A $I^{P}(h\vee k, e)$, но не наоборот.
TIII.1. Пусть $I^{N}(h, e)$. Тогда
$I^{P}(h\vee k, e)$ A $I^{P}(k, e)$ относительно $-h$, но не наоборот.
TIV. Пусть $I^{P}(h, e)$, то $I^{P}(k, e)$. Тогда
$I^{IR}(h, e)$ относительно $-k$ A $I^{P}(h\vee k, e)$, но не наоборот.
TIV.1. Пусть $I^{P}(h, e)$, то $I^{P}(k, e)$. Тогда
$I^{P}(h\vee k, e)$ A $I^{IR}(h, e)$ относительно $-k$, но не наоборот.
TV. Пусть $I^{IR}(h, e)$. Тогда
$I^{P}(k, e)$ относительно $-h$A $I^{P}(h\vee k, e)$. Обратное также верно.
TVI. Пусть $I^{IR}(k, e)$ относительно $-h$. Тогда
$I^{P}(h, e)$ A $I^{P}(h\vee k, e)$. Обратное также верно.
TVII. Пусть $I^{IR}(k, e)$. Тогда
$I^{P}(h, e)$ относительно $-k$ A $I^{P}(h\vee k, e)$. Обратное также верно.
TVIII. Пусть $I^{IR}(h, e)$ относительно $-k$. Тогда
$I^{P}(k, e)$ A $I^{P}(h\vee k, e)$. Обратное также верно.

Индуктивные теоремы системы S относительно связки «&» и двух гипотез h и k, индуцируемых одним и тем же свидетельством e

$I^{P}(h\&k, e)$ истинно, если и только если выполняется любое из следующих условий:

1. $P(h\&k/e) > P(h\&k)$.
2. $P(-h\vee -k) > P(-h\vee -k/e)$.
3. $P(h/e)\,P(k/h\&e) > P(h)P(k/h)$.
4. $P(h/e)\,P(k/e)\,P(h/k\&e) > P(h)P(k)P(h/k)$.
5. $P(k/e)\,P(h/k\&e) > P(k)P(h/k)$.
6. $P(h/e)\,P(k/e)P(k/h\&e) > P(h)P(k)P(k/h)$.

Прямые теоремы

T1. $I^P(h\&k, e)$, если и только если $I^N(-h\vee-k, e)$.

T2. Если $I^P(h, e)$, $I^P(k, e)$ относительно h, тогда $I^P(h\&k, e)$.

T3. Если $I^P(k, e)$, $I^P(h, e)$ относительно k, тогда $I^I(h\&k, e)$.

T4. Если $I^{IR}(h, e)$, то $I^P(k, e)$ относительно h равносильно $I^P(h\&k, e)$.

T5. Если $I^{IR}(k, e)$, то $I^P(h, e)$ относительно k равносильно $I^P(h\&k, e)$.

T6. Если $I^{IR}(k, e)$ относительно h, то $I^P(h, e)$ равносильно $I^P(h\&k, e)$.

T7. Если $I^{IR}(h, e)$ относительно k, то $I^P(k, e)$ равносильно $I^P(h\&k, e)$.

T8. Если $I^P(h, e)$, $I^P(k, e)$ и $I^I(h, e)$ относительно k, то $I^P(h\&k, e)$.

T9. Если $I^P(k, e)$, $I^P(h, e)$ и $I^P(k, e)$ относительно h, то $I^P(h\&k, e)$.

T10. Если $I^P(h, k\&e)$, $I^P(k, e)$ и $P(h/e) > P(h/k)$, то $I^P(h\&k, e)$.

T11. Если $I^P(k, h\&e)$, $I^P(h, e)$ и $P(k/e) > P(k/h)$, то $I^P(h\&k, e)$.

T12. Если $I^{IR}(k, e)$ и $P(h/e) = P(h/k)$, то $I^P(h, k\&e)$ равносильно $I^P(h\&k, e)$.

T13. Если $I^{IR}(h, e)$ и $P(k/e) = P(k/h)$, то $I^P(k, h\&e)$ равносильно $I^P(h\&k, e)$.

Обратные теоремы

T2*. Если $I^P(h\&k, e)$ и $I^N(h, e)$, то $I^P(k, e)$ относительно h.

T2**. Если $I^P(h\&k, e)$ и $I^N(k, e)$ относительно h, то $I^P(h, e)$.

T3*. Если $I^P(h\&k, e)$ и $I^N(k, e)$, то $I^P(h, e)$ относительно k.

T3**. Если $I^P(h\&k, e)$ и $I^N(h, e)$ относительно k, то $I^P(k, e)$.

T8*. Если $I^P(h\&k, e)$, $I^N(h, e)$ и $I^N(k, e)$, то $I^P(h, e)$ относительно k.

T8**. Если $I^P(h\&k, e)$, $I^{IR}(h, e)$ и $I^N(k, e)$, то $I^P(h, e)$ относительно k.

T8***. Если $I^P(h\&k, e)$, $I^N(h, e)$ и $I^{IR}(k, e)$, то $I^P(h, e)$ относительно k.

T9*. Если $I^P(h\&k, e)$, $I^N(k, e)$ и $I^N(h, e)$, то $I^P(k, e)$ относительно h.

T9**. Если $I^P(h\&k, e)$, $I^{IR}(k, e)$ и $I^N(h, e)$, то $I^P(k, e)$ относительно h.

T9***. Если $I^P(h\&k, e)$, $I^N(k, e)$ и $I^{NR}(h, e)$, то $I^P(k, e)$ относительно h.

T10*. Если $I^P(h\&k, e)$, $I^N(k, e)$ и $P(h/k) > P(h/e)$, то $I^P(h, k\&e)$.

T10**. Если $I^P(h\&k, e)$, $I^{IR}(k, e)$ и $P(h/k) > P(h/e)$, то $I^P(h, k\&e)$.

T11*. Если $I^P(h\&k, e)$, $I^N(h, e)$ и $P(k/h) > P(k/e)$, то $I^P(k, h\&e)$.

T11**. Если $I^P(h\&k, e)$, $I^{IR}(h, e)$ и $P(k/h) > P(k/e)$, то $I^P(k, h\&e)$.

Основные теоремы

TI. Пусть $I^{IR,N}(k, h)$ и $I^{IR,,P}(k, e)$. Тогда
$I^P(h, k\&e)$ Ã $I^P(h\&k, e)$, но не наоборот.

TI.1. Пусть $I^P(k, h)$ и $I^N(k, e)$. Тогда
$I^P(h\&k, e)$ Ã $I^P(h, k\&e)$, но не наоборот.

TII. Пусть $I^{IR,,N}(h, k)$ и $I^{IR,,P}(h, e)$. Тогда
$I^P(k, h\&e)$ Ã $I^P(h\&k, e)$, но не наоборот.

TII.1. Пусть $I^P(h, k)$ и $I^N(h, e)$. Тогда
$I^P(h\&k, e)$ Ã $I^P(k, h\&e)$, но не наоборот.

TIII. Пусть $I^P(h, e)$. Тогда
$I^P(k, e)$ относительно hÃ $I^P(h\&k, e)$, но не наоборот.

TIII.1. Пусть $I^N(h, e)$. Тогда
$I^P(h\&k, e)$ A $I^P(k, e)$ относительно h, но не наоборот.
TIV. Пусть $I^P(h, e)$ и то $I^P(k, e)$. Тогда
$I^{IR}(h, e)$ относительно k A $I^P(h\&k, e)$, но не наоборот.
TIV.1. Пусть $I^N(h, e)$, то $I^N(k, e)$. Тогда
$I^P(h\&k, e)$ A $I^{IR}(h, e)$ относительно k, но не наоборот.
TV. Пусть $I^{IR}(h, e)$. Тогда
$I^P(k, e)$ относительно hÃ $I^P(h\&k, e)$. Обратное также верно.
TVI. Пусть $I^{IR}(k, e)$ относительно h. Тогда
$I^P(h, e)$ A $I^P(h\&k, e)$. Обратное также верно.
TVII. Пусть $I^{IR}(k, e)$. Тогда
$I^P(h, e)$ относительно k A $I^P(h\&k, e)$. Обратное также верно.
TVIII. Пусть $I^{IR}(h, e)$ относительно k. Тогда
$I^P(k, e)$ A $I^P(h\&k, e)$. Обратное также верно.

Индуктивные теоремы системы S относительно связки «→» и двух гипотез h и k, индуцируемых одним и тем же свидетельством e

$I^P(h{\rightarrow}k, e)$ истинно, если и только если выполняется любое из следующих условий:

1. $P(h{\rightarrow}k/ e) > P(h{\rightarrow}k)$.
2. $P(h\&{-}k) > P(h\&{-}k/ e)$.
3. $P(h)P(-k/h) > P(h/e)\ P(-k/h\&e)$.
4. $P(h)P(-k)P(h/{-}k) > P(h/e)\ P(-k/e)\ P(h/{-}k\&e)$.
5. $P(-k)P(h/{-}k) > P(-k/e)\ P(h/{-}k\&e)$.
6. $P(h)P(-k)P(-k/h) > P(h/e)\ P(-k/e)\ P(-k/h\&e)$.

Прямые теоремы

T1. $I^P(h{\rightarrow}k, e)$, если и только если $I^N(h\&{-}k, e)$.
T2. Если $I^N(h, e)$, $I^P(k, e)$ относительно h, тогда $I^P(h{\rightarrow}k, e)$.
T3. Если $I^P(k, e)$, $I^N(h, e)$ относительно $-k$, тогда $I^P(h{\rightarrow}k, e)$.
T4. Если $I^{IR}(h, e)$, то $I^P(k, e)$ относительно h равносильно $I^P(h{\rightarrow}k, e)$.
T5. Если $I^{IR}(k, e)$, то $I^N(h, e)$ относительно $-k$ равносильно $I^P(h{\rightarrow}k, e)$.
T6. Если $I^{IR}(k, e)$ относительно h, то $I^N(h, e)$ равносильно $I^P(h{\rightarrow}k, e)$.
T7. Если $I^{IR}(h, e)$ относительно $-k$, то $I^P(k, e)$ равносильно $I^P(h{\rightarrow}k, e)$.
T8. Если $I^P(h, e)$, $I^P(k, e)$ и $I^N(h, e)$ относительно $-k$, то $I^P(h{\rightarrow}k, e)$.
T9. Если $I^P(k, e)$, $I^P(h, e)$ и $I^N(k, e)$ относительно h, то $I^P(h{\rightarrow}k, e)$.
T10. Если $I^N(h, -k\&e)$, $I^P(k, e)$ и $P(h/{-}k) > P(h/e)$, то $I^P(h{\rightarrow}k, e)$.
T11. Если $I^P(k, h\&e)$, $I^N(h, e)$ и $P(k/ e) > P(k/h)$, то $I^P(h{\rightarrow}k, e)$.
T12. Если $I^{IR}(k, e)$ и $P(h/k) = P(h/{-}k)$, то $I^N(h, -k\&e)$ равносильно $I^P(h{\rightarrow}k, e)$.
T13. Если $I^{IR}(h, e)$ и $P(k/e) = P(k/h)$, то $I^P(k, h\&e)$ равносильно $I^P(h{\rightarrow}k, e)$.

Обратные теоремы

T2*. Если $I^{P}(h\to k, e)$ и $I^{P}(h, e)$, то $I^{I}(k, e)$ относительно h.
T2**. Если $I^{I}(h\to k, e)$ и $I^{N}(k, e)$ относительно h, то $I^{N}(h, e)$.
T3*. Если $I^{P}(h\to k, e)$ и $I^{N}(k, e)$, то $I^{N}(h, e)$ относительно $-k$.
T3**. Если $I^{P}(h\to k, e)$ и $I^{P}(h, e)$ относительно $-k$, то $I^{P}(k, e)$.
T8*. Если $I^{P}(h\to k, e)$, $I^{P}(h, e)$ и $I^{N}(k, e)$, то $I^{N}(h, e)$ относительно $-k$.
T8**. Если $I^{P}(h\to k, e)$, $I^{IR}(h, e)$ и $I^{N}(k, e)$, то $I^{N}(h, e)$ относительно $-k$.
T8***. Если $I^{P}(h\to k, e)$, $I^{P}(h, e)$ и $I^{IR}(k, e)$, то $I^{N}(h, e)$ относительно $-k$.
T9*. Если $I^{P}(h\to k, e)$, $I^{P}(k, e)$ и $I^{N}(h, e)$, то $I^{N}(k, e)$ относительно $-h$.
T9**. Если $I^{P}(h\to k, e)$, $I^{IR}(k, e)$ и $I^{N}(h, e)$, то $I^{P}(k, e)$ относительно $-h$.
T9***. Если $I^{I}(h\to k, e)$, $I^{P}(k, e)$ и $I^{NR}(h, e)$, то $I^{N}(k, e)$ относительно $-h$.
T10*. Если $I^{P}(h\to k, e)$, $I^{N}(k, e)$ и $P(h/e) > P(h/-k)$, то $I^{N}(h, -k\&e)$.
T10**. Если $I^{P}(h\to k, e)$, $I^{IR}(k, e)$ и $P(h/e) > P(h/-k)$, то $I^{N}(h, -k\&e)$.
T11*. Если $I^{P}(h\to k, e)$, $I^{P}(h, e)$ и $P(k/h) > P(k/e)$, то $I^{P}(k, h\&e)$.
T11**. Если $I^{P}(h\to k, e)$, $I^{IR}(h, e)$ и $P(k/h) > P(k/e)$, то $I^{P}(k, h\&e)$.

Основные теоремы

TI. Пусть $I^{IR,N}(h, e)$ и $I^{IR,,N}(h, k)$. Тогда
$I^{P}(k, h\&e)$ А $I^{P}(h\to k, e)$, но не наоборот.
TI.1. Пусть $I^{P}(h, e)$ и $I^{P}(h, k)$. Тогда
$I^{P}(h\to k, e)$ А $I^{P}(k, h\&e)$, но не наоборот.
TII. Пусть $I^{IR,,P}(k, e)$ и $I^{IR,N}(k, h)$. Тогда
$I^{N}(h, -k\&e)$ А $I^{P}(h\to k, e)$, но не наоборот.
TII.1. Пусть $I^{N}(k, e)$ и $I^{P}(k, h)$. Тогда
$I^{P}(h\to k, e)$ А $I^{N}(h, -k\&e)$, но не наоборот.
TIII. Пусть $I^{IR,N}(h, e)$, $I^{IR,N}(h, k)$ и $I^{IR,,P}(k, e)$. Тогда
$I^{P}(h, k)$ относительно eÃ $I^{P}(h\to k, e)$, но не наоборот.
TIII.1. Пусть $I^{P}(h, e)$, $I^{P}(h, k)$ и $I^{NP}(k, e)$. Тогда
$I^{P}(h\to k, e)$ А $I^{P}(h, k)$ относительно e, но не наоборот.
TIV. Пусть $I^{N}(h, e)$. Тогда
$I^{P}(k, e)$ относительно h А $I^{P}(h\to k, e)$, но не наоборот.
TIV.1. Пусть $I^{P}(h, e)$. Тогда
$I^{P}(h\to k, e)$ А $I^{P}(k, e)$ относительно h, но не наоборот.
TV. Пусть $I^{P}(k, e)$ относительно h. Тогда
$I^{N}(h, e)$ А $I^{P}(h\to k, e)$, но не наоборот.
TVI. Пусть $I^{N}(h, e)$, $I^{P}(k, e)$. Тогда
$I^{N}(h, e)$ относительно $-k$ А $I^{P}(h\to k, e)$, но не наоборот..
TVI.1. Пусть $I^{P}(h, e)$, $I^{N}(k, e)$. Тогда
$I^{P}(h\to k, e)$ А $I^{N}(h, e)$ относительно $-k$, но не наоборот.
TVII. Пусть $I^{IR}(h, e)$. Тогда

$I^P(h, e)$ относительно $-k$ A $I^P(h \rightarrow k, e)$. Обратное также верно.
TVIII. Пусть $I^{IR}(k, e)$ относительно h. Тогда
$I^P(h, e)$ A $I^P(h \rightarrow k, e)$. Обратное также верно.

Симметричными относительно сформулированных теорем будут теоремы с двумя свидетельствами *e* и **i**, индуцирующими одну и ту же гипотезу *h*. Переформулировка теорем системы S в этом случае носит чисто механический характер и предоставляется читателю.