Д. В. Зайцев

ИНФОРМАЦИОННАЯ СЕМАНТИКА СИСТЕМЫ R

Среди множества исследовательских программ в области релевантной логики выделяется оригинальный подход, развиваемый Е.К. Войшвилло. Отличительными особенностями этого семантического плана можно считать относительную простоту предпринимаемых построений и ясную содержательную интерпретацию ключевых семантических понятий. В данной работе будет предложена семантика, распространяющая информационный подход на более богатые, нежели **FDE**[1] системы, в частности, на систему релевантной импликации **R**.

*§ 1. Информационная семантика **FDE***

Е.К. Войшвилло исходит из понимания логического следования, предложенного В. Аккерманом: ***A* Æ *B*** ⇔ логическое содержание ***B*** составляет часть логического содержания ***A***. Однако, если сам В. Аккерман не уточнил понятия логического содержания, используя данное определение как интуитивное оправдание построенной им системы, то Е.К. Войшвилло предлагает трактовку логического содержания через семантическое понятие информации. Согласно этому подходу, информация высказывания понимается как мера ограничения некоторого исходного множества возможностей принятием этого высказывания.

Такой подход делает возможным сравнение различных высказываний по информативности. Можно ввести качественное понятие информации произвольного высказывания A – $I(A, M)$ как пару $<M_A, M>$, где M_A – множество случаев (приписываний) из M, в которых A истинно. Это определение, во-первых, выражает представление об информации высказывания как мере ограничения исходного множества, а во-вторых, позволяет сравнивать информативность различных высказываний в терминах теоретико-множественного отношения включения. В частности, в случае, когда между высказываниями A и B установлено отношение логического следования, $M_A \subseteq M_B$ и, следовательно, $<M_A, M>$ составляет часть $<M_B, M>$. Таким образом, оказывается, что развиваемая Е.К. Войшвилло информационная трактовка логического содержания высказываний позволяет формально и точно эксплицировать определение В. Аккермана:

---

[1] **FDE**, или по-другому $\mathbf{E}_{fde}$, от английского «first degree entailment», система так называемого первоуровневого следования. В языке этой системы вхождение импликации допустимо лишь в качестве главного вхождения в формулах.

DF.1. A Æ $B \Leftrightarrow$ логическое содержание B составляет часть логического содержания $B \Leftrightarrow I(B, M) \subset I(A, M) \Leftrightarrow \langle M_A, M\rangle$ составляет часть $\langle M_B, M\rangle \Leftrightarrow M_A \subset M_B$.

Для того, чтобы сделать это определение эффективным, необходимо точно определить M_A для произвольной формулы A. Оказывается, что это достаточно просто сделать для формул, содержащих только символы &, $\vee$, $\neg$.

Исходное множество возможностей M Е.К. Войшвилло задает, используя понятие описания состояния, впервые предложенное еще Р. Карнапом. Описания состояния представляют собой входные строки таблицы, преобразованные следующим образом: если переменная истинна в данной строке, то вместо значка **и** записывается сама переменная, если же переменная ложна, то на месте символа **л** записывается ее отрицание. Получившиеся в результате последовательности переменных и их отрицаний объединяются в множества описаний состояния. Первоначально сам Карнап рассматривал описания состояния как элементарные конъюнкции пропозициональных переменных и их отрицаний. Позднее при задании описаний состояния знак конъюнкции был заменен на запятую, а сами описания стали трактоваться как множества.

Формально. Пусть L – множество литералов (пропозициональных переменных, взятых с отрицанием или без него). Тогда

DF.2. *обобщенное описание состояния* (о.о.с.) α есть произвольное подмножество L.

В отличие от стандартных описаний состояния, обобщенные описания состояния больше не должны удовлетворять известным условиям непротиворечивости (1) и полноты (2) для каждой пропозициональной переменной p_i:

1) неверно, что $p_i \in \alpha$ и $\neg p_i \in \alpha$;

2) либо $p_i \in \alpha$, либо $\neg p_i \in \alpha$.

Первое условие выражает непротиворечивость всякого о.с., а второе – его полноту. Принимая во внимание изложенные выше неформальные соображения, такие ограничения на понятие о.с. представляются вполне оправданными: одна и та же переменная не может быть одновременно (в одной строке таблицы) истинна и ложна, и обязательно любой переменной в каждой строке таблицы должно быть приписано исходное значение «истина» или «ложь». Пусть теперь

DF.3. Множество M есть множество описаний состояния.

Далее по определению вводятся условия истинности (ложности) в описании состояния α для произвольной формулы A ($|A|\alpha) =$ **и** (**л**) :

DF.4.

1. A есть p_i – $|p_i|\alpha =$ **и** $\Leftrightarrow p_i \in \alpha$; $|p_i|\alpha =$ **л** $\Leftrightarrow \neg p_i \in \alpha$;

2. A есть $\neg B$ – $|\neg B|\alpha = \textbf{и} \Leftrightarrow |B|\alpha = \textbf{л}$; $|\neg B|\alpha = \textbf{л} \Leftrightarrow |B|\alpha = \textbf{и}$;

3. A есть $B \vee C$ $|B \vee C|\alpha = \textbf{и} \Leftrightarrow |B|\alpha = \textbf{и}$ или $|C|\alpha = \textbf{и}$;

$|B \vee C|\alpha = \textbf{л} \Leftrightarrow |B|\alpha = \textbf{л}$ и $|C|\alpha = \textbf{л}$;

4. A есть $B\& C$ $|B \& C|\alpha = \textbf{и} \Leftrightarrow |B|\alpha = \textbf{и}$ и $|C|\alpha = \textbf{и}$;

$|B \& C|\alpha = \textbf{л} \Leftrightarrow |B|\alpha = \textbf{л}$ или $|C|\alpha = \textbf{л}$.

Итак, введенные определения логического следования (**DF.1.**), множества описаний состояния (**DF.1.–2.**) и условий истинности произвольной формулы в описании состоянии (**DF.4.**) позволяют дать определение M_A для произвольной формулы A.

DF.5. Для произвольной формулы A: $M_A = \{\alpha: |A|\alpha = \textbf{и}\}$.

В итоге имеется возможность строго задать множество правильных переходов вида A Æ B, формализующих различные типы дедуктивных рассуждений. Для этого дополним **DF.1.** следующим образом

A Æ $B \Leftrightarrow \ldots \Leftrightarrow M_A \subset M_B \Leftrightarrow \forall\alpha\,(|A|\alpha = \textbf{и} \Rightarrow |B|\alpha = \textbf{и})$.

Таким образом, определение множества M_A в семантике **FDE** становится излишним. При этом интуитивно ясная информационная интерпретация следования остается как бы за кадром, но зато семантика становится заметно проще.

*§ 2. Основания информационной семантики системы **R***

Системы релевантной логики более высокого порядка получаются из языка **FDE** снятием ограничений на вхождение интенсиональной импликации $\rightarrow$ и соответствующим переопределением понятия формулы. Информационный подход к таким системам связан с необходимостью установления отношения логического следования между формулами, содержащими вхождения релевантной импликации. А это, в свою очередь, требует определения информации формул импликативного вида. Таким образом, главная проблема заключается в задании множества M_A, где A – формула, содержащая $\rightarrow$.

Пути решения этой проблемы можно искать, используя идеи Е.К. Войшвилло об отказе от гносеологических предпосылок, лежащих в основе классической логики. Действительно, оказывается, что переход к информационной семантике таких систем релевантной логики, как **R**, **T** и **E**, связан с допущением возможности приписывать формулам вида $A \rightarrow A$ значение f. Для обеспечения такой возможности уже недостаточно отказа от принципов двузначности и непротиворечия. Следующим на очереди будет принцип тождества.

Задачу, стоящую перед исследователем, стремящимся развить информационный подход к семантике релевантной логики, можно сформулировать достаточно конкретно: как задать условия истинности и ложности для формул импликативного вида, позволяющие на основе принятых выше определений обеспечить информационную трактовку отношения релевантного логического следования? Для ответа на этот вопрос попробуем обратиться к условиям истинности классической материальной импликации с тем, чтобы найти пути их адекватного обобщения.

Как известно, материальная импликация ложна тогда, и только тогда, когда ее антецедент является истинным, а консеквент – ложным. При формулировании семантики классической логики это условие задается с использованием метаязыкового союза «и», который по сложившейся традиции анализа естественного языка интерпретируется как аналог конъюнкции объектного языка. Когда аналогичные условия формулируются для интенсиональной (релевантной) импликации, такая интерпретация, на мой взгляд, является некоторым огрублением, вполне допустимым лишь в рамках классической логики и классического объектного языка. При переходе к релевантной логике и к соответствующему объектному языку последствия этого огрубления становятся ощутимыми.

Союз «и» естественного языка, используемый в задании условия ложности для интенсиональных формул импликативного вида языка релевантной логики, следует понимать как утверждение о совместимости истинности антецедента и ложности консеквента, то есть как метаязыковой аналог интенсиональной конъюнкции (•). Впервые такая интерпретация условий истинности релевантной импликации появляется у И.Е. Орлова в [5]. Неудовлетворенный принятой в классической логике экспликацией условной связи, позволяющей соединять в одном высказывании «два предложения, не имеющие внутренней связи по смыслу», И.Е. Орлов ставит перед собой задачу построения системы, адекватно формализующей логическое следование. Ключевым понятием для построения этой системы оказывается совместимость двух предложений. Ход рассуждений И.Е. Орлова таков.

«Для возможности дедуктивного вывода требование [совместной. – *Авт.*] истинности посылок, вообще говоря, не является необходимым; достаточно, если удовлетворяется более слабое требование – совместности посылок. <...> Логическое произведение двух предложений не означает более их совместного утверждения, но означает утверждение их совместности» ([5], с. 264). Это приводит И.Е.Орлова к отказу от так называемого принципа упрощения и введению в объектный язык связки, получившей позднее название «интенсиональной конъюнкции». Как известно (благодаря работам В.М. Попова), получившаяся система дедуктивно эквивалентна негативно-импликативному фрагменту релевантной системы **R**. В дальнейшем, в связи с возросшим интересом к семантике релевантной логики, эта интересная операция была детально изучена в работах М. Данна, Р. Роутли и Р. Мейера [3, 4, 6].

Возвращаясь к задаче построения содержательной (информационной) семантики релевантной логики, можно пойти несколько иным путем. Сохранив в объектном языке обычную классическую конъюнкцию, использовать интенсиональную конъюнкцию (совместимость) при задании условий истинности импликативных формул. Итак, условие ложности для формул импликативного вида гласит, что антецедент и отрицание консеквента совместимы. Соответственно, условие истинности состоит в отрицании этого факта. Определение **DF.5.** может быть распространено на случай импликативных формул следующим образом:

$$\boldsymbol{M}_{(A\to B)} = (\boldsymbol{M}_A \bullet \boldsymbol{M}_{\neg B})\sim; \qquad \boldsymbol{M}_{\neg(A\to B)} = \boldsymbol{M}_A \bullet \boldsymbol{M}_{\neg B}.$$

Для дальнейшего построения семантики необходимо продемонстрировать, что выполняются следующие соотношения:

$$\boldsymbol{M}_{\mathrm{A\&B}} = \boldsymbol{M}_{\mathrm{A}} \cap \boldsymbol{M}_{\mathrm{B}};\ \boldsymbol{M}_{\mathrm{A\vee B}} = \boldsymbol{M}_{\mathrm{A}} \cup \boldsymbol{M}_{\mathrm{B}};\ \boldsymbol{M}_{\neg\mathrm{A}} = (\boldsymbol{M}_{\mathrm{A}})\sim.$$

Рассмотрим первое соотношение. По **DF.5.** левая и правая части могут быть преобразованы следующим образом: $\{\alpha\colon |A\ \&\ B|\alpha = \text{и}\}$ и $\{\beta\colon |A|\beta = \text{и}\} \cap \{\gamma\colon |A|\gamma = \text{и}\}$. По условиям истинности для конъюнкции левая часть равносильна $\{\alpha\colon |A|\alpha = \text{и}$ и $|B|\alpha = \text{и}\}$. В свою очередь, правая часть может быть переписана по определению операции пересечения как $\{\alpha\colon |A|\alpha = \text{и}$ и $|B|\alpha = \text{и}\}$, что и завершает доказательство. Второе соотношение доказывается аналогично. Для третьего соотношения достаточно ввести операцию дополнения следующим образом: $(\boldsymbol{M}_{\mathrm{A}})\sim = \{\alpha\colon |\neg A|\alpha = \text{и}\}$.

Теперь, если принять по определению $a \subseteq b \Leftrightarrow a \cap b = a$, то легко показать, что структура $\langle \boldsymbol{M}, \cup, \cap, \sim\rangle$ представляет собой решетку де Моргана. Последнее означает, что ($\sim$) не обладает двумя важными «классическими» чертами: $a \cup a\sim = \mathbf{1}$ и $a \cap a\sim = \mathbf{0}$.

Какими же свойствами обладает $\bullet$? По-видимому, это зависит от той конкретной системы релевантной логики, для которой предназначается семантика. Ниже опишем свойства совместимости между множествами о.о.с. для системы **R**. Выбор этой не столь популярной среди российских логиков системы обусловлен, во-первых, ее ясными и удобными для интерпретации алгебраическими свойствами, что немаловажно для начальной стадии построения семантики, и, во-вторых, не столь значительными преимуществами системы **E**. Для построения семантики системы **R** достаточно потребовать для совместимости выполнения условий коммутативности и ассоциативности, необходимых для верификации характеристических импликативных аксиом системы **R**. В любом случае необходимо постулировать некоторые специальные семантические постулаты, общие для любой достаточно богатой системы релевантной логики.

Все важные свойства отрицания уже «заложены» в семантике системы **FDE**. Для верификации аксиомы сведения к абсурду требуется принять постулат, выражающий идемпотентность операции совместимости. Естественным было бы принятие так называемого «свойства квадратов» в виде a • a = a. Однако такое допущение оказывается слишком сильным, так как с его помощью верифицируется аксиома $A \to (A \to A)$, являющееся характеристической для системы **RM**. Остается принять более слабый вариант a ≤ a • a, выражающий свойство верхней полуидемпотентности.

Ключевым является свойство «антилогизма»: (a • b) ⊂ c ⇔ (a • c~) ⊂ b~. Это свойство позволяет связать введенное нами условие истинности релевантной импликации с отношением логического следования. Пусть (a • b) ⊂ c. По коммутативности • получаем (b • a) ⊂ c. Используя свойство антилогизма, получаем (b • c)~ ⊂ a~. Наконец на основании контрпозитивности получаем a ⊂ (b • c~)~, что позволяет записать левую часть выражения как b → c. Таким образом, имеет место первое производное свойство: (a • b) ⊂ c ⇔ a ⊂ (b • c~)~.

Еще одно заслуживающее внимание свойство – это дистрибутивность • относительно ∪ : a • (b ∪ c) = (a • b) ∪ (a • c). Из этого свойства легко вывести монотонность: a ⊂ b <=> c • a ⊆ c • b.

Приступая к построению модели для системы **R**, в качестве исходного пункта используем модель для **FDE**, включив в нее дополнительно совместимость и частичный порядок: < *M*, •, ⊂,| |>. Кроме того, принимаются следующие постулаты: **p.1–p.3**. – свойства частичного порядка,

p.4. a ⊆ b <=> b~ ⊆ a~;
f.5. a • b = b • a;
f.6. a • (b • c) = (a • b) • c;
f.7. a • (b ∪ c) = (a • b) ∪ (a • c);
pf.8. a ⊂ a • a;
pf.9. (a • b) ⊂ c <=> (a • c~) ⊂ b~.

*§ 3. Адекватность информационной семантики для системы **R***

Система **R** принимается в стандартной аксиоматизации. Для A1, A5, A6, A8, A9, A11, A13 сохранение истинности показывается тривиально на основе семантики Войшвилло для **FDE**.

$\boxed{\text{A2}}$. Требуется показать, что A Æ $(A \to B) \to B$. По **Df.1.–Df.3.** это эквивалентно $M_A \subset M_{(A \to B) \to B)}$.

Пусть $M_A \bullet M_B\sim \subset M_A \bullet M_B\sim$ по **p.1**. Тогда $M_B\sim \bullet M_A \subseteq M_A \bullet M_B\sim$ по **f.5**. По контрапозиции получаем $(M_A \bullet M_B\sim)\sim \subset (M_B\sim \bullet M_A)\sim$. Применение первого производного постулата дает $(M_A \bullet M_B\sim)\sim \bullet M_B\sim \subset M_A\sim$, что по контрапозиции приводит к желаемому $M_A \subset ((M_A \bullet M_B\sim)\sim \bullet M_B\sim)\sim$.

$\boxed{\text{A3}}$. Пусть $(M_A \bullet M_B\sim)\sim \subset (M_A \bullet M_B\sim)\sim$. По производному постулату – $(M_A \bullet M_B\sim)\sim \bullet M_A \subset M_B$. Аналогичным образом получаем $(M_B \bullet M_C\sim)\sim \bullet M_B \subseteq M_C$. Применяя к полученному свойство монотонности, получаем $(M_A \bullet M_B\sim)\sim \bullet (M_B \bullet M_C\sim)\sim \bullet M_A \subseteq (M_B \bullet M_C\sim)\sim \bullet M_B \subset M_C$. По транзитивности имеем $(M_A \bullet M_B\sim)\sim \bullet (M_B \bullet M_C\sim)\sim \bullet M_A \subset M_C$. Наконец, последовательно применяя производный постулат, сначала получаем $(M_A \bullet M_B\sim)\sim \bullet (M_B \bullet M_C\sim)\sim \subseteq (M_A \bullet M_C\sim)\sim$, а потом и $(M_A \bullet M_B\sim)\sim \subset ((M_B \bullet M_C\sim)\sim \bullet (M_A \bullet M_C\sim))\sim$, завершая тем самым доказательство для случая $A \to B$ Æ $(B \to C) \to (A \to C)$.

$\boxed{\text{A4}}$. $A \to (A \to B)$ Æ $A \to B$.

Пусть $M_A \subset M_A \bullet M_A$ по **pf.8**. Тогда – $M_A \bullet M_B\sim \subset M_A \bullet M_A \bullet M_B\sim$, по монотонности. Наконец **p.3** дает $(M_A \bullet M_A \bullet M_B\sim)\sim \subset (M_A \bullet M_B\sim)\sim$, что и требовалось доказать.

Аксиомы 7 и 10 верифицируются примерно одним способом, основанном на использовании постулата **f7**. В качестве иллюстрации рассмотрим A10.

$\boxed{\text{A10}}$. Требуется показать, что $M_{(A\to B)} \cap M_{(A\to C)} \subseteq (M_A \bullet M_{A\&B}\sim)\sim$.

Последовательно преобразуя левую и правую части выражения, сведем его к одному из семантических постулатов. Принятые определения позволяют эквивалентным образом переписать левую часть как $(M_A \bullet M_B\sim)\sim \cap (M_A \bullet M_C\sim)\sim$, что, в свою очередь, по законам де Моргана эквивалентно $((M_A \bullet M_B\sim) \cup (M_A \bullet M_C\sim))\sim$. Правая часть принимает сначала вид $(M_A \bullet (M_A \cap M_B)\sim)\sim$, а затем и $M_A \bullet (M_A\sim \cup M_B\sim)$. Таким образом, все выражение теперь можно переписать в следующем виде: $((M_A \bullet M_B\sim) \cup (M_A \bullet M_C\sim))\sim \subseteq M_A \bullet (M_A\sim \cup M_B\sim)$, что представляет собой ослабленный подстановочный случай **f.8**.

A12. без труда верифицируется на основании свойства коммутативности $\bullet$.

Тем самым продемонстрировано, что в построенной семантике при замене главного вхождения $\to$ на знак следования все аксиомы системы **R** оказываются верифицируемы.

Прежде чем верифицировать правила вывода, обратим внимание на достаточно любопытную проблему, возникающую при построении любой семантики релевантной логики высших порядков. Дело в том, что такие системы, и **R** в том числе, содержат теоремы не импликативного вида, например, закон исключенного третьего для отрицания де Моргана. Как же верифицировать такие теоремы? Средств построенной семантики для этого недостаточно. Стандартный для семантик возможных миров выход заключается в добавлении в модельную структуру «единичного» элемента – выделенного мира **O**, из которого «достижимы» (в смысле $\subset$,) те, и только те формулы, которые являются теоремами системы. Ниже будут подробно рассмотрены свойства выделенного мира в модельной структуре для **R** и доказаны некоторые его полезные свойства, в конечном счете обеспечивающие не только непротиворечивость развиваемой семантики, но и ее полноту.

Включение выделенного мира, аналога единичного элемента, в модельную структуру влечет принятие еще одного семантического постулата **pf.10** $\mathbf{O} \bullet a = a$. В языке релевантной логики роль единичного элемента играет константа **t** или закон тождества. Принятие постулата **pf.10** позволяет доказать, что все теоремы системы **R** следуют из константы **t**. Покажем это вначале для теорем импликативного вида.

Пусть $A \to B$ есть теорема **R**. Тогда верно, что $M_A \subset M_B$. По свойству монотонности и **pf.10** $(\mathbf{O} \bullet M_A) \subseteq M_B$. Используя первый производный постулат, получаем $\mathbf{O} \subseteq (M_A \bullet M_B\sim)\sim$, что эквивалентно $\mathbf{O} \subseteq M_{(A \to B)}$.

Легко показать, что modus ponens сохраняет истинность. Пусть $A \to B$ и A – тавтологии системы **R**, то есть $M_A \subset M_B$. и $\mathbf{O} \subset M_A$. Тогда по транзитивности $\mathbf{O} \subseteq M_B$.

Для второго правила потребуется допустить, что $\mathbf{O} \subseteq M_A$ и $\mathbf{O} \subset M_B$. Тогда по свойствам нижней грани будет иметь место $\mathbf{O} \subseteq M_A \cup M_B$, то есть $\mathbf{O} \subset M_{A\&B}$.

Следующий шаг предполагает демонстрацию достижимости из **O** для теорем неимпликативного вида. Проиллюстрируем это на примере закона исключенного третьего. Последнее легко сделать, используя $A \to A$ Æ $A \vee \neg A$ и только что доказанное Æ $A \to A$. Этим завершается доказательство семантической непротиворечивости системы **R**.

Для дальнейшего изучения свойств выделенного мира можно предложить следующую содержательную интерпретацию полученных результатов. Отметим для начала, что $\mathbf{O} \subset \cup \{A$: **R** Æ $A\}$. Таким образом, **O** можно понимать как множество о.о.с. (возможно единичное, для **R** этого достаточно), в которых истинны все теоремы системы.

Вернемся к определению закона классической логики высказываний. В силу парадоксальности классического понятия следования стандартное определение равносильно следующему:

A – тавтология $\Leftrightarrow$ для любого множества формул Г верно, что из него следует формула A.

Это означает, что $M_\Gamma \subset M_A$, так как $M_A = M$. В релевантной логике это определение не проходит, поскольку множество истинности ни одной теоремы не совпадает с универсумом. Зато для любой теоремы A верно, что $\mathbf{O} \subset M_A$. Какую же информацию несет **t**? Иными словами, чему равна информация как пара $< M_\mathbf{t}, M>$? Очевидно, что множество $M_\mathbf{t}$ не может совпадать с M – это противоречило бы идеям релевантной логики. В противном случае информативность закона тождества оказывается нулевой, что открывает дорогу парадоксам следования.

Для ответа на поставленный вопрос остановимся подробнее на семантических свойствах мира **O**. Итак, выделенный мир является полным относительно $\neg$ и ассоциированного с ним ~. что означает, что $\mathbf{O} \subset M_A$ или $\mathbf{O} \subset M_{\neg A}$. Последнее эквивалентно следующему утверждению:

Полнота $\mathbf{O} \not\subset M_A \Rightarrow \mathbf{O} \subset M_A{\sim}$.

Традиционный интерес для семантики релевантной логики представляет вопрос о «сильной» непротиворечивости **O**: $\mathbf{O} \not\subseteq M_A$ или $\mathbf{O} \not\subseteq M_A{\sim}$. Этот принцип также можно представить как условное высказывание:

Непротиворечивость $\mathbf{O} \subset M_A \Rightarrow \mathbf{O} \not\subset M_A{\sim}$.

Ниже покажем, что выделенный мир в построенной семантике системы **R** является непротиворечивым в указанном выше смысле. Будем рассуждать от противного.

Пусть	1. $\mathbf{O} \subseteq M_A$	
и	2. $\mathbf{O} \subset M_A{\sim}$.	
Тогда	3. $\mathbf{O} \subset M_{\neg(A\&\neg A)}$,	то есть $\mathbf{O} \subset M_{A\&\neg A}{\sim}$;
	4. $M_{A\&\neg A}{\sim} \subseteq M_{A\to A}$,	поскольку A & $\neg A$ Æ $A \to A$;
	5. $\mathbf{O} \subseteq M_{A\to A}$,	так как Æ $A \to A$;
	6. $M_{A\to A}{\sim} \subset \mathbf{O}{\sim}$,	по контрапозиции;
	7. $\mathbf{O} \subset \mathbf{O}{\sim}$,	по транзитивности из 3, 4 и 6.

Таким образом, $\mathbf{O} \not\subseteq M_A$ или $\mathbf{O} \not\subset M_A{\sim}$ и, следовательно, для выделенного мира имеет место

Нормальность $\mathbf{O} \subset M_A \Leftrightarrow \mathbf{O} \not\subset M_A{\sim}$.

Таким образом, информационная трактовка следования позволяет установить, что нормальные миры (по крайней мере, в модельной структуре **R**) являются не только полными, но и непротиворечивыми в «сильном» смысле.

Полноту построенной семантики можно быстро получить следующим образом.

1. Модель системы **R**, предложенная выше, является моноидом де Моргана. Для доказательства этого факта достаточно показать, что $<M, \subseteq, \sim>$ – решетка де Моргана, и $< M, \bullet, \mathbf{O}>$ – Абелев моноид. Сделать это легко, сравнив определение этих алгебраических структур с соответствующими определениями и постулатами, принятыми в этом параграфе. Доказательство предоставляется читателю в виде упражнения. Следовательно, для любой формулы A будет иметь место следующее соотношение: A общезначима в построенной семантике $\Leftrightarrow$ A общезначима в моноиде де Моргана.

2. Как известно, алгебраическая семантика системы **R** представляет собой моноид де Моргана, то есть буквально имеет место следующее: если A общезначима в моноиде де Моргана, то **R** A A.

3. Таким образом, произвольная формула общезначима в построенной семантике, если, и только если она является теоремой системы **R**.

Литература

1. *Belnap, N.D.Jr.* A useful four-valued logic // J.M. Dunn and G. Epstein (eds) Modern Uses of Multiple-Valued Logic, D. Reidel Publishing Company, 1977.

2. *Войшвилло Е.К.* Философско-методологические аспекты релевантной логики. М., 1988.

3. *Dunn, J.M.* Relevance logic and entailment // D. Gabbay and F. Guenthner (eds) Handbook of Philosophical Logic. Vol. III, 117–224, D. Reidel Publishing Company, 1986.

4. *Meyer, R.K.* Intuitionism, entailment, negation // H. Leblanc (ed) Truth, Syntax and Modality, 168–198, N-H Publishing Compuny, 1973.

5. *Орлов И.Е.* Исчисление совместности предложений // Математический сборник. Т. 35. Вып. 3/4. 1928.

6. *Роутли Р., Мейер Р.* Семантика следования // Семантика модальных и интенсиональных логик. М., 1981.

А. И. Мигунов

ВИЗУАЛЬНЫЕ МЕТАФОРЫ И ПРИРОДА ПОНЯТИЯ[1]

Круги Эйлера и диаграммы Венна широко используются в качестве визуальных средств формализации отношений между классами, а также как средства визуализации, с помощью которых рассказывают об отношениях между понятиями, но не буквально, а метафорически. Этими средствами можно успешно пользоваться, если осознавать границы их применения и специфику моделируемых отношений, то есть если использование методов визуализации сопровождается их рациональной критикой. Применение визуальных топологических средств особенно соблазнительно, учитывая неутолимую тягу обучаемых к экономии умственных сил и в связи с этим к стремлению передать часть работы восприятию и представлению, то есть попытаться представить все наглядно. При этом всем понятно, что стремление к наглядности означает попытку перенести проблему из абстрактного мышления в область чувственного познания, где этой проблемы нет. Мы просто отказываемся от абстрактного мышления, то есть ищем предмет не там, где его потеряли, а там, где светлее. Но другое дело, если мы в светлом месте составляем план поиска.

I

Важно с самого начала выяснить, о чем идет речь, то есть прежде всего необходимо ответить на вопрос: что такое понятие?[2]

Понятие формируется в результате общения человека с человеком в попытке объяснить мир. Мысль рождается в ответ на необходимость сказать. Знание природы рождается через беседу о природе. Мысль о предмете формируется, то есть обретает форму, рождается через слово и в слове. Понятие не *выражается* в слове. Понятие есть форма мысли, которая *рождается* в слове и за пределами слова не существует. Мысль и слово образуют понятие, так же как две стороны медали образуют медаль. В своем единстве слово и мысль рождают понятие. Слово, лишенное мысли, превращается в членораздельный звук; мысль, лишенная слова, исчезает в своей определенности, превращается в интуицию, экспликация которой требует слова. Наше витальное стремление совместно с другими понять мир наделяет мир смыслом, который мы в системе понятий, в языке храним, непрерывно воспроизводя его коллективным усилием объясниться и понять другого, то есть воспроизводя сам разум.

[1] Работа выполнена в рамках проекта РГНФ 01-03-00105.

[2] См. об этом также: *Мигунов А.И.* О риторическом контексте проблемы истины // Логико-философские штудии. СПб., 2001.